Exercices sur les variations de suites définies par récurrence

Exercice 2B.1 :

Etudier le sens de variation de suites définies par une relation de récurrence :

a) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n \end{cases}$

b) $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = v_n + \dfrac{1}{n+1} \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n - n^2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

d) $\begin{cases} u_0 = -10 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

e) $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{n^2+1} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

Exercice 2B.1 : *Etudier le sens de variation de suites définies par une relation de récurrence :*

a) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n \end{cases}$

Pour tout entier positif n : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 4$ et tous les termes de la suite sont positifs.

Ainsi $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ et la suite (u_n) est croissante.

b) $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = v_n + \dfrac{1}{n+1} \end{cases}$

Pour tout entier positif n : $v_{n+1} - v_n = \dfrac{1}{n+1}$

Ainsi $v_{n+1} - v_n > 0$ et la suite est croissante.

c) $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n - n^2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

$u_{n+1} - u_n = -n^2$ donc $u_{n+1} - u_n < 0$ et la suite (u_n) est décroissante.

d) $\begin{cases} u_0 = -10 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

$u_{n+1} - u_n = n^2$ donc $u_{n+1} - u_n > 0$: la suite (u_n) est croissante.

e) $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{n^2+1} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N})$

$u_{n+1} - u_n = -\dfrac{1}{n^2+1}$ donc $u_{n+1} - u_n < 0$ et la suite (u_n) est décroissante.