

TROUVER LE SEUIL D'UNE SUITE

EXERCICE 3D.1 On donne la suite (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement croissante pour tout entier naturel n .

A partir de quel rang la suite dépasse-t-elle la valeur 10 000 ?

Ecrire un programme avec la calculatrice puis avec Python.

EXERCICE 3D.2 On donne la suite (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{3} \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement décroissante pour tout entier naturel n .

A partir de quel rang la suite devient-elle inférieure à 0,51 ?

Ecrire un programme avec la calculatrice puis avec Python.

EXERCICE 3D.3 On considère la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = -3 + 2u_n \end{cases}$$
 pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.

- 1) Déterminer la valeur u_{20} .
- 2) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes de la suite décroissante (u_n) dépassent la valeur $-800\,000\,004$.

EXERCICE 3D.4 On considère la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2, u_1 = 5 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n \end{cases}$$
 pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.

- 1) Déterminer la valeur u_{22} .
- 2) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes de la suite croissante (u_n) dépassent la valeur $100\,000\,000$.

EXERCICE 3D.5 On donne la suite croissante (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n - 1 \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement croissante pour tout entier naturel n .

- 1) Déterminer la valeur de la suite pour $n = 25$.
- 2) Déterminer la valeur de la suite pour $n = 25$ en utilisant une fonction.
- 3) Déterminer le rang à partir duquel la suite dépasse-t-elle la valeur 50 000.
- 4) Déterminer le rang à partir duquel la suite dépasse-t-elle la valeur 50 000 en utilisant une fonction.

EXERCICE 3D.6 On donne la suite (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 1,5 \times u_n - 1 \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement croissante pour tout entier naturel n .

Pour déterminer à partir de quel rang la suite dépasse-t-elle la valeur 100, écrire un programme avec Python qui stocke dans une table toutes les valeurs de la suite inférieures au seuil proposé.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 3D.1

On donne la suite (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement croissante pour tout entier naturel n .

A partir de quel rang la suite dépasse-t-elle la valeur 10 000 ?

Ecrire un programme avec la calculatrice puis avec Python.

Tant que $u_n < 10000$, on calcule le rang suivant puis on affiche le rang trouvé (et la valeur de u_n)

Avec la calculatrice

```
0 → K
0 → U
Disp " SAISIR LE SEUIL : "
Prompt S
While U < S
3*U+2 → U
K+1 → K
End
Disp " LE RANG EST : ", K
Disp " LA VALEUR EST : ", U
```

On saisit S = 10000
 → LE RANG EST : 9
 → LA VALEUR EST : 19 682

Avec Python

```
U = 0
n = 0
seuil = eval(input("Saisir la valeur seuil désirée "))
while U < seuil:
    U = 3*U+2
    n = n+1
print("le rang cherché est : ", n)
print("la valeur du rang cherché est : ", U)
```

le rang cherché est : 9
 la valeur du rang cherché est : 19682



EXERCICE 3D.2

On donne la suite (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{3} \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement décroissante pour tout entier naturel n .

A partir de quel rang la suite devient-elle inférieure à 0,51 ?

Tant que $u_n > 0,51$, on calcule le rang suivant puis on affiche le rang trouvé (et la valeur de u_n)

Avec la calculatrice

```
1 → K
5 → U
Disp " SAISIR LE SEUIL : "
Prompt S
While U > S
(U+1)/3 → U
K+1 → K
End
Disp " LE RANG EST : ", K
Disp " LA VALEUR EST : ", U
```

On saisit S = 0,51
 → LE RANG EST : 7
 → LA VALEUR EST : 0,5051728395

Avec Python

```
U = 5
n = 1
seuil = eval(input("Saisir la valeur seuil désirée "))
while U > seuil :
    U = (U+1)/3
    n += 1
print("le rang cherché est : ", n)
print("la valeur du rang cherché est : ", U)
```

le rang cherché est : 7
 la valeur du rang cherché est : 0.5061728395061729



EXERCICE 3D.3

On considère la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = -3 + 2u_n \end{cases}$$
 pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.

1) Déterminer la valeur u_{20} .

Programmation classique

```
n = 0
u = -2
for i in range(1,21):
    n += 1
    u = -3 + 2*u
print(n,u)
```

On obtient : 20 -5242877

Programmation récursive

```
def u(n):
    if n == 0:
        return -2
    else:
        return -3 + 2*u(n-1)
```

```
y = u(20)
print(y)
```

2) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes de la suite décroissante (u_n) deviennent inférieurs à la valeur $-800\ 000\ 004$.

Programmation classique

```
n = 0
u = -2
while u >=-800000004:
    n += 1
    u = -3 + 2*u
print(n,u)
```

On obtient : 28 -1342177277

Programmation récursive

```
def v(n):
    if n == 0:
        return -2
    else:
        return -3 + 2*v(n-1)
```

```
n = 0
u = -2
while u >=-800000004:
    n += 1
    u = v(n)
print(n,u)
```

NB : dans ce cas, la programmation récursive est moins performante, car on recalcule à chaque fois toutes les valeurs de $v(n)$

EXERCICE 3D.4

On considère la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2, u_1 = 5 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n \end{cases}$$
 pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.

1) Déterminer la valeur u_{22} .

Programmation classique

```
n, m = 0, 1
u, v = 2, 5
for i in range(2,23):
    m += 1
    u = 3*v - u
    u, v = v, u
print(m,v)
```

On obtient : 22 2971215073

Programmation récursive

```
def u(n):
    if n == 0:
        return 2
    elif n == 1:
        return 5
    else:
        return 3*u(n-1) - u(n-2)
```

```
y = u(22)
print(y)
```

2) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes de la suite croissante (u_n) dépassent la valeur $100\ 000\ 000$.

Programmation classique

```
n , m = 0 , 1
u , v = 2 , 5
while v <= 100000000:
    m += 1
    u = 3*v - u
    u , v = v , u
print(m,v)
```

On obtient : 19 165580141

Programmation récursive

```
def w(n):
    if n == 0:
        return 2
    elif n == 1:
        return 5
    else:
        return 3*w(n-1) - w(n-2)
```

```
n , m = 0 , 1
u , v = 2 , 5
while v <= 100000000:
    m += 1
    u = w(m)
    u , v = v , u
print(m,v)
```

EXERCICE 3D.5

On donne la suite croissante (u_n) définie par récurrence par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n - 1 \end{cases}$$

1) Déterminer la valeur de la suite pour $n = 25$.

```
U = 2
rang = int(input("Veuillez saisir un rang :"))
for N in range(1,rang+1):
    U = 2*U - 1
print(N,U)
```

→ si $N = 25$, on obtient : 25 33554433

2) Déterminer la valeur de la suite pour $n = 25$ en utilisant une fonction.

```
def suite(rang):
    U = 2
    for N in range(1,rang+1):
        U = 2*U - 1
    return U
```

```
valeur = 0
rang = int(input("Veuillez saisir un rang :"))
valeur = suite(rang)
print(rang,valeur)
```

→ si $N = 25$, on obtient : 25 33554433

3) Déterminer le rang à partir duquel la suite dépasse-t-elle la valeur 50 000.

```
U = 2
N = 0
seuil = eval(input("Veuillez saisir un seuil :"))
while U < seuil :
    U = 2*U - 1
    N += 1
print(N,U)
```

→ si $\text{seuil} = 50000$, on obtient : 16 65537

4) Déterminer le rang à partir duquel la suite dépasse-t-elle la valeur 50 000 en utilisant une fonction.

```
def suite_seuil(seuil):
    U = 2
    N = 0
    while U < seuil:
        U = 2*U - 1
        N += 1
    return N,U

rang,valeur = 0,0
seuil = eval(input("Veuillez saisir un seuil :"))
rang,valeur = suite_seuil(seuil)
print(rang,valeur)
```

→ si seuil = 50000, on obtient : 16 65537

EXERCICE 3D.6 On donne la suite (u_n) définie par récurrence par :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 1,5 \times u_n - 1 \end{cases}$$

On admet que la suite (u_n) est strictement croissante pour tout entier naturel n .

Pour déterminer à partir de quel rang la suite dépasse-t-elle la valeur 100, écrire un programme avec Python qui stocke dans une table toutes les valeurs de la suite inférieures au seuil proposé.

```
U = 4
k = 0
seuil = eval(input(""))
table = []
while U <= seuil :
    table.append(U)
    k += 1
    U = 1.5*U - 1
print(table)
```

→ si le seuil est égal à 100, on obtient :

[4, 5.0, 6.5, 8.75, 12.125, 17.1875, 24.78125, 36.171875, 53.2578125, 78.88671875]