EXERCICE 4B.1

Résoudre chaque inéquation à l'aide d'un tableau de signe :

a. Résoudre : $(2x + 7)(3x - 2) > 0$

x			

S =

b. Résoudre : $(-5x + 4)(7 - 3x) \leq 0$

x			

S =

c. Résoudre : $\dfrac{7 - 3x}{x + 9} \geq 0$

x			

S =

d. Résoudre : $(2x + 3)(-3x + 4)(5 - 4x) < 0$

x				

S =

e. Résoudre : $\dfrac{(-x + 5)(3x - 1)}{(3 + 2x)(-7x - 3)} \leq 0$

x					

S =

EXERCICE 4B.2

On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + 11x^2 - 4x - 4$.

a. Vérifier que (-2) est une racine de $P(x)$.

b. En déduire que $P(x) = (x + 2) \times Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. Dresser le tableau de signe de $Q(x)$ puis en déduire celui de $P(x)$.

d. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \geq 0$.

EXERCICE 4B.3

On considère le polynôme $P(x) = 4x^3 + 8x^2 - 15x - 9$.

a. Vérifier que (-3) est une racine de $P(x)$.

b. En déduire que $P(x) = (x + 3) \times Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. Dresser le tableau de signe de $Q(x)$ puis en déduire celui de $P(x)$.

d. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) > 0$.

EXERCICE 4B.4

On considère le polynôme $P(x) = 2x^4 - 3x^3 - 20x^2 + 27x + 18$.

a. Vérifier que $P(x) = A(x) \times B(x)$ où $A(x) = x^2 + x - 6$ et $B(x) = 2x^2 - 5x - 3$.

b. Dresser les tableaux de signe de $A(x)$ et $B(x)$ puis en déduire le celui de $P(x)$.

c. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) < 0$.

EXERCICE 4B.5

On considère le polynôme $P(x) = 2x^4 + x^3 - 47x^2 - 79x + 51$.

a. Vérifier que $\frac{1}{2}$ et (-3) sont des solutions de $P(x)$.

b. En déduire que $P(x) = (x - \frac{1}{2})(x + 3) \times Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - *Montpellier*

EXERCICE 4B.1

Résoudre chaque inéquation à l'aide d'un tableau de signe :

a. Résoudre : $(2x + 7)(3x - 2) > 0$

x	$-\infty$ $-7/2$	$-7/2$ $2/3$	$2/3$ $+\infty$
$2x + 7$	−	+	+
$3x - 2$	−	−	+
$(2x + 7)(3x - 2)$	+	−	+

$$S = \left]-\infty;\frac{-7}{2}\right[\cup \left]\frac{2}{3};+\infty\right[$$

b. Résoudre : $(-5x + 4)(7 - 3x) \leq 0$

x	$-\infty$ $4/5$	$4/5$ $7/3$	$7/3$ $+\infty$
$-5x + 4$	+	−	−
$7 - 3x$	+	+	−
$(-5x + 4)(7 - 3x)$	+	−	+

$$S = \left[\frac{4}{5};\frac{7}{3}\right]$$

c. Résoudre : $\dfrac{7-3x}{x+9} \geq 0 \rightarrow x \neq -9$

x	$-\infty$ -9	-9 $7/3$	$7/3$ $+\infty$
$7 - 3x$	+	+	−
$x + 9$	−	+	+
$\dfrac{7-3x}{x+9}$	−	‖ +	−

$$S = \left]-9;\frac{7}{3}\right]$$

d. Résoudre : $(2x + 3)(-3x + 4)(5 - 4x) < 0$

x	$-\infty$ $-3/2$	$-3/2$ $5/4$	$5/4$ $4/3$	$4/3$ $+\infty$
$2x + 3$	−	+	+	+
$-3x + 4$	+	+	+	−
$5 - 4x$	+	+	−	−
$P(x)$	−	+	−	+

$$S = \left]-\infty;\frac{-3}{2}\right[\cup \left]\frac{5}{4};\frac{4}{3}\right[$$

e. Résoudre : $\dfrac{(-x+5)(3x-1)}{(3+2x)(-7x-3)} \leq 0$

$\rightarrow x \neq -\dfrac{3}{7}$ et $x \neq -\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$ $-3/2$	$-3/2$ $-3/7$	$-3/7$ $1/3$	$1/3$ 5	5 $+\infty$
$-x + 5$	+	+	+	+	−
$3x - 1$	−	−	−	+	+
$3 + 2x$	−	+	+	+	+
$-7x - 3$	+	+	−	−	−
$Q(x)$	+	‖ −	‖ +	−	+

$$S = \left]\frac{-3}{2};\frac{-3}{7}\right[\cup \left[\frac{1}{3};5\right]$$

EXERCICE 4B.2

On considère le polynôme $P(x) = 6x^3 + 11x^2 - 4x - 4$

a. Vérifier que (–2) est une racine de $P(x)$:

$$P(-2) = 6\times(-2)^3 + 11\times(-2)^2 - 4\times(-2) - 4 = 6\times(-8) + 11\times 4 + 8 - 4 = -48 + 44 + 8 - 4 = 0$$

b. En déduire que $P(x) = (x + 2) \times Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme du second degré que l'on déterminera :

–2 étant une racine de $P(x)$, on peut factoriser $P(x)$ par $(x-(-2))$, soit par $(x+2)$

Pour trouver $Q(x)$, deux méthodes :

- soit on pose $Q(x) = ax^2 + bx + c$ puis on développe $(ax^2+bx+c)(x+2)$ pour l'identifier avec $P(x)$
- soit on divise $6x^3 + 11x^2 - 4x - 4$ par $(x+2)$ → c'est le plus rapide :

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 + 11x^2 - 4x - 4 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{-6x^3 - 12x^2} \quad\quad\quad & 6x^2 - x - 2 \\ -x^2 - 4x \quad\; & \\ \underline{+x^2 + 2x} \quad\; & \\ -2x - 4 & \\ \underline{+2x + 4} & \\ 0 & \end{array}$$

→ $Q(x) = 6x^2 - x - 2$

c. Dresser le tableau de signe de Q(x) puis en déduire celui de P(x).

Discriminant : $\Delta=(-1)^2-4\times6\times(-2)=1+48=49=7^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-7}{2\times6}=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2} \text{ et } x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+7}{2\times6}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

Q(x) est de la forme ax^2+bx+c avec a > 0 donc :

$$Q(x)>0 \text{ si } x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$$

$$Q(x)<0 \text{ si } x\in\left]-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$$

x	$-\infty$		$-1/2$		$2/3$		$+\infty$
Q(x)		+	|	–	|	+	

P(x) = $(6x^2-x-2)(x+2)$

x	$-\infty$		-2		$-1/2$		$2/3$		$+\infty$
x + 2		–	|	+	|	+	|	+	
Q(x)		+	|	+	|	–	|	+	
P(x)		–	|	+	|	–	|	+	

d. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) ≥ 0.

S = $\left[-2;\frac{-1}{2}\right]\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$

EXERCICE 4B.3

On considère le polynôme P(x) = $4x^3+8x^2-15x-9$.

a. Vérifier que (–3) est une racine de P(x) :

$$P(-3)=4\times(-3)^3+8\times(-3)^2-15\times(-3)-9=4\times(-27)+8\times9+45-9=-108+72+45-9=0$$

b. En déduire que P(x) = (x + 3) × Q(x) où Q(x) est un polynôme du second degré que l'on déterminera :

–3 étant une racine de P(x), on peut factoriser P(x) par $(x-(-3))$, soit par $(x+3)$

Pour trouver Q(x), utilisons la deuxième méthode :

→ on pose Q(x) = ax^2+bx+c ainsi P(x) = $(ax^2+bx+c)(x+3)$, soit :

$$P(x) = ax^3+bx^2+cx+3ax^2+3bx+3c=ax^3+(b+3a)x^2+(c+3b)x+3c$$

→on identifie cette écriture avec l'expression connue de P(x) = $4x^3+8x^2-15x-9$.

On obtient le système : $\begin{cases}a=4\\b+3a=8\\c+3b=-15\\3c=-9\end{cases}$ →a donne b qui donne c : $\begin{cases}a=4\\b=8-3a=8-3\times4=-4\\c=-15-3b=-15-3\times(-4)=-3\\c=-\dfrac{9}{3}=-3\end{cases}$

Ainsi **Q(x)** = $4x^2-4x-3$

c. Dresser le tableau de signe de Q(x) puis en déduire celui de P(x) :

Discriminant : $\Delta=(-4)^2-4\times4\times(-3)=16+48=64=8^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-8}{2\times 4} = \frac{-4}{2\times 4} = \frac{-1}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+8}{2\times 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

Q(x) est de la forme ax^2+bx+c avec a > 0 donc :

$$\mathrm{Q}(x) > 0 \ si \ x \in \left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2} ; +\infty\right[$$

$$\mathrm{Q}(x) < 0 \ si \ x \in \left]-\frac{1}{2} ; \frac{3}{2}\right[$$

x	$-\infty$		$-1/2$		$3/2$		$+\infty$
Q(x)		+		–		+	

P(x) = $\left(4x^2-4x-3\right)\left(x+3\right)$

x	$-\infty$		-3		$-1/2$		$3/2$		$+\infty$
x + 2		–		+		+		+	
Q(x)		+		+		–		+	
P(x)		–		+		–		+	

d. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) > 0.

$$\mathrm{S} = \left]-3 ; \frac{-1}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2} ; +\infty\right[$$

EXERCICE 4B.4

On considère le polynôme P(x) = $2x^4 - 3x^3 - 20x^2 + 27x + 18$.

a. Vérifier que P(x) = A(x) × B(x) où A(x) = $x^2 + x - 6$ et B(x) = $2x^2 - 5x - 3$.

b. Dresser les tableaux de signe de A(x) et B(x) puis en déduire le celui de P(x).

c. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) < 0.

EXERCICE 4B.5

On considère le polynôme P(x) = $2x^4 + x^3 - 47x^2 - 79x + 51$.

a. Vérifier que $\frac{1}{2}$ et (–3) sont des solutions de P(x).

b. En déduire que P(x) = $(x - \frac{1}{2})(x + 3)\times$Q($x$) où Q($x$) est un polynôme du second degré que l'on déterminera.

c. En déduire les solutions de l'inéquation P(x) ≤ 0.