

Exercices sur les équations de tangentes

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 3$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = 2$.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^4 - 5x + 7 + \sqrt{x}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = 1$.

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = 5 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = -2$.

Exercice 4 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = 3 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^4} - \frac{6}{x^7}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = 1$.

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

Equation de la tangente au point d'abscisse $x = a$: $y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 3$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = 2$.

$$y = f'(2) \times (x - 2) + f(2)$$

1) $f(2) = 2^3 - 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 3 = 8 - 2 \times 4 + 8 - 3 = 8 - 8 + 8 - 3 = 5$ d'où le point $A(2;5)$

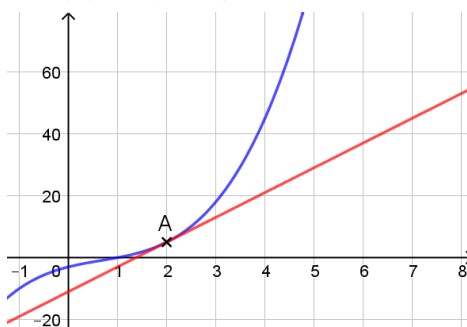
2) Déterminer d'abord la fonction dérivée $f'(x)$:

$$f'(x) = 3 \times x^2 - 2 \times 2x + 4 \times 1 + 0 = 3x^2 - 4x + 4$$

puis $f'(2) = 3 \times 2^2 - 4 \times 2 + 4 = 3 \times 4 - 8 + 4 = 12 - 8 + 4 = 8$

3) Equation de la tangente en $x = 2$:

$$T_{x=2} : y = f'(2)(x - 2) + f(2) = 8(x - 2) + 5 = 8x - 16 + 5 = 8x - 11$$



Exercice 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^4 - 5x + 7 + \sqrt{x}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = 1$.

$$y = f'(1) \times (x - 1) + f(1)$$

1) $f(1) = 1^4 - 5 \times 1 + 7 + \sqrt{1} = 1 - 5 + 7 + 1 = 4$ d'où le point $B(1;4)$

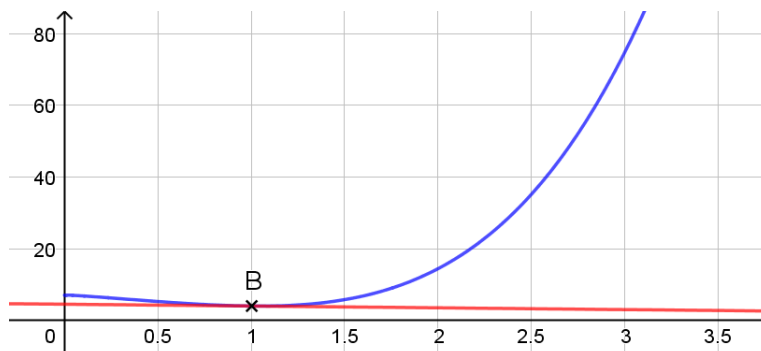
2) Déterminer d'abord la fonction dérivée $f'(x)$:

$$f'(x) = 4x^3 - 5 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

puis $f'(1) = 4 \times 1^3 - 5 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = 4 - 5 + \frac{1}{2} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

3) Equation de la tangente en $x = 1$:

$$T_{x=1} : y = f'(1)(x - 1) + f(1) = -\frac{1}{2}(x - 1) + 4 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 4 = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$



Exercice 3 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = 5 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = -2$.

$$y = f'(-2) \times (x - (-2)) + f(-2) = f'(-2) \times (x + 2) + f(-2)$$

1) Calculer $f(-2) = 5 + \frac{1}{-2} + \frac{1}{(-2)^2} + \frac{1}{(-2)^3} = 5 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{-8} = \frac{40}{8} - \frac{4}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{37}{8}$

d'où le point $C\left(-2; \frac{37}{8}\right)$

2) Déterminer d'abord la fonction dérivée $f'(x)$:

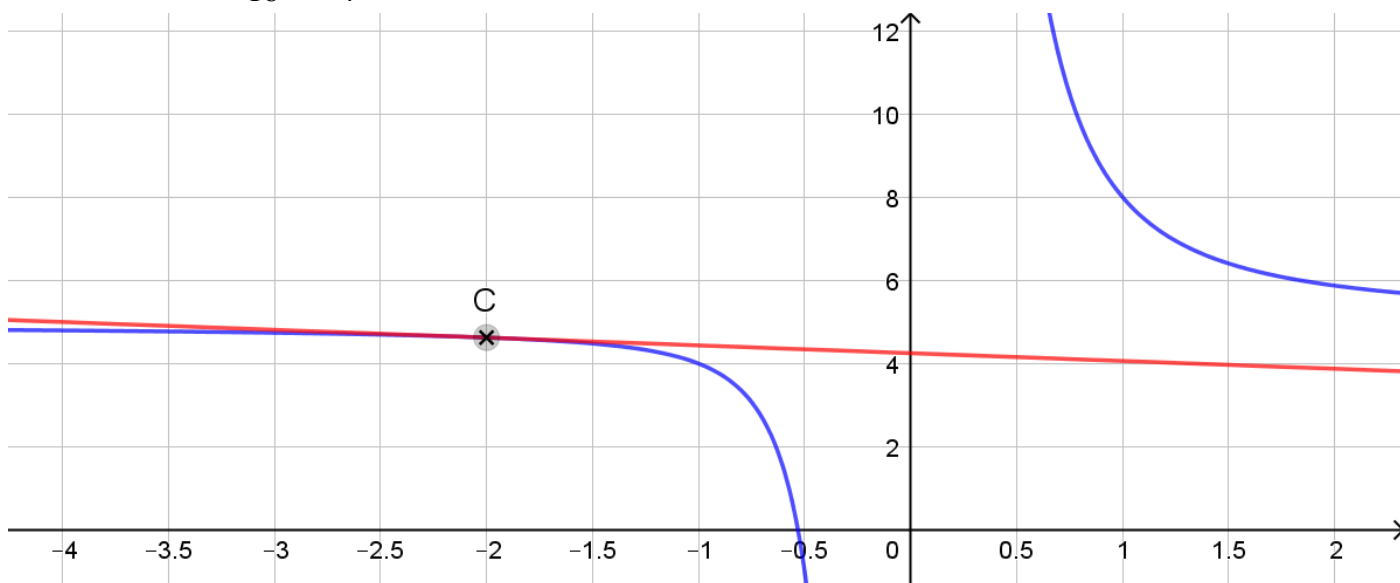
$$f'(x) = 0 + \left(-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{-2}{x^3} + \frac{-3}{x^4} = -\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4}$$

puis $f'(-2) = -\frac{1}{(-2)^2} - \frac{2}{(-2)^3} - \frac{3}{(-2)^4} = -\frac{1}{4} - \frac{2}{-8} - \frac{3}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{16} = -\frac{3}{16}$

3) Formule de la tangente en $x = -2$:

$$T: y = f'(-2) \times (x + 2) + f(-2) = -\frac{3}{16}(x + 2) + \frac{37}{8} = -\frac{3}{16}x - \frac{3}{8} + \frac{37}{8} = -\frac{3}{16}x + \frac{34}{8} = -\frac{3}{16}x + \frac{17}{4}$$

$$T: y = -\frac{3}{16}x + \frac{17}{4}$$



Exercice 4 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = 3 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^4} - \frac{6}{x^7}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse $x = 1$.

$$y = f'(1) \times (x - 1) + f(1)$$

1) Calculer $f(1) = 3 - \frac{2}{1} + \frac{5}{1^4} - \frac{6}{1^7} = 3 - 2 + 5 - 6 = 0$ d'où le point $D(1; 0)$

2) Déterminer d'abord la fonction dérivée $f'(x)$ à partir de $f(x) = 3 - 2 \times \frac{1}{x} + 5 \times \frac{1}{x^4} - 6 \times \frac{1}{x^7}$

$$f'(x) = 0 - 2 \times \left(-\frac{1}{x^2} \right) + 5 \times \frac{-4}{x^5} - 6 \times \frac{-7}{x^8} = \frac{2}{x^2} - \frac{20}{x^5} + \frac{42}{x^8}$$

puis $f'(1) = \frac{2}{1^2} - \frac{20}{1^5} + \frac{42}{1^8} = 2 - 20 + 42 = 24$

3) Formule de la tangente en $x=1$:

$$T: y = f'(1) \times (x-1) + f(1) = 24(x-1) + 0 = 24x - 24$$

$$T: y = 24x - 24$$

