Exercices 2C

Conversion d'angles

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant :

mesure en degrés		50	18		135		45	153	
mesure en radians	$\frac{8\pi}{15}$			$\frac{3\pi}{20}$		$\frac{\pi}{3}$			$\frac{7\pi}{6}$

Exercice 2 :
Calculer :

$$A = 2\times\cos 60 - 6\times\sin 30 + 4\times\cos 180 - 2\times\sin 90$$

$$B = -2\times\cos\frac{\pi}{6} + 4\times\sin\frac{\pi}{3} + 3\times\cos\frac{\pi}{2} - 2\times\cos(2\pi)$$

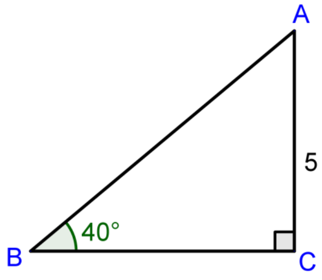
$$C = 3\times\cos\frac{2\pi}{3} + 5\times\sin\frac{5\pi}{6}$$

Exercice 3 :
Déterminer le point M du cercle trigonométrique associé au réel $\frac{17\pi}{4}$ dans l'enroulement.

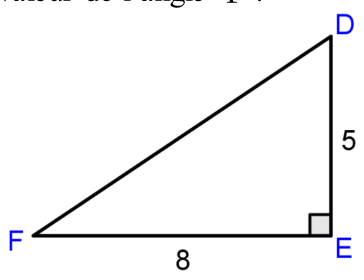
Exercice 4 : Convertir $\frac{7\pi}{5}$ en degré puis $144°$ en radians.

Exercice 5 : **SOH-CAH-TOA , CAH-SOH-TOA**

Calculer la longueur AB.



Calculer la valeur de l'angle F :

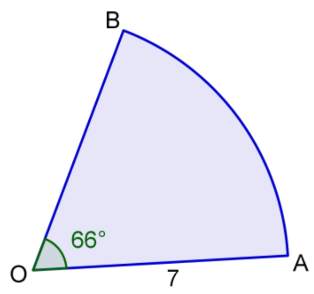


Exercice 6 :
On donne $\cos x = 0,2$, calculer $\sin x$ de deux manières différentes.

Exercice 7 : On donne $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, calculer $\sin\frac{2\pi}{5}$ avec une formule de trigonométrie.

Exercice 8 : Calculer $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6}\right)^2$

Exercice 9 :
Calculer la longueur de l'arc AB.



CORRIGE – Notre Dame de La Merci - Montpellier

Exercice 1 : Si α est la mesure en radians et a celle en degrés ; on a : $a = \dfrac{\alpha \times 180}{\pi}$ et $\alpha = \dfrac{a \times \pi}{180}$

$$\frac{8\pi}{15}\text{ rad} = \frac{\frac{8\pi}{15}\times 180}{\pi} = \frac{8\times 180}{15} = \mathbf{96°}$$

$$\frac{3\pi}{20}\text{ rad} = \frac{\frac{3\pi}{20}\times 180}{\pi} = \mathbf{27°}$$

$$\frac{\pi}{3}\text{ rad} = \frac{\frac{\pi}{3}\times 180}{\pi} = \mathbf{60°}$$

$$\frac{7\pi}{6}\text{ rad} = \frac{\frac{7\pi}{6}\times 180}{\pi} = \mathbf{210°}$$

$$50° = \frac{50\times\pi}{180} = \mathbf{\frac{5\pi}{18}\ rad}$$

$$18° = \frac{18\times\pi}{180} = \mathbf{\frac{\pi}{10}\ rad}$$

$$135° = \frac{135\times\pi}{180} = \mathbf{\frac{3\pi}{4}\ rad}$$

$$45° = \frac{45\times\pi}{180} = \mathbf{\frac{\pi}{4}\ rad}$$

$$153° = \frac{153\times\pi}{180} = \mathbf{\frac{17\pi}{20}\ rad}$$

mesure en degrés	**96**	50	18	**27**	135	**60**	45	153	**210**
mesure en radians	$\frac{8\pi}{15}$	$\mathbf{\frac{5\pi}{18}}$	$\mathbf{\frac{\pi}{10}}$	$\frac{3\pi}{20}$	$\mathbf{\frac{3\pi}{4}}$	$\frac{\pi}{3}$	$\mathbf{\frac{\pi}{4}}$	$\mathbf{\frac{17\pi}{20}}$	$\frac{7\pi}{6}$

Exercice 2 :

$$A = 2\times\cos 60 - 6\times\sin 30 + 4\times\cos 180 - 2\times\sin 90 = 2\times\frac{1}{2} - 6\times\frac{1}{2} + 4\times(-1) - 2\times 1 = 1 - 3 - 4 - 2 = -8$$

$$B = -2\times\cos\frac{\pi}{6} + 4\times\sin\frac{\pi}{3} + 3\times\cos\frac{\pi}{2} - 2\times\cos(2\pi) = -2\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 3\times 0 - 2\times 1 = -\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - 2$$

$$C = 3\times\cos\frac{2\pi}{3} + 5\times\sin\frac{5\pi}{6} = 3\times\left(-\frac{1}{2}\right) + 5\times\frac{1}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Exercice 3 :

Déterminer le point M du cercle trigonométrique associé au réel $\dfrac{17\pi}{4}$ dans l'enroulement.

On remarque qu'un tour complet peut aussi s'écrire : $2\pi = \dfrac{8\pi}{4}$ donc :

$$\frac{17\pi}{4} = \frac{16\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 4\pi + \frac{\pi}{4} = 2\times 2\pi + \frac{\pi}{4}$$

Exercice 4 : Convertir $\dfrac{7\pi}{5}$ en degré puis 144° en radians.

360°	x
2π	$\frac{7\pi}{5}$

$$2\pi\times x = \frac{7\pi}{5}\times 360$$

$$2\pi\times x = 7\pi\times 72$$

360°	144°
2π	x

$$x\times 360 = 2\pi\times 144$$

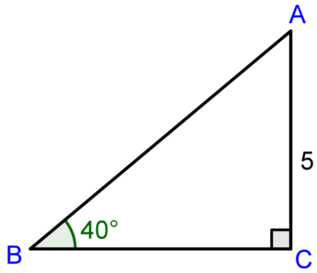
$$x = \frac{2\pi\times 144}{360}$$

$$x = \frac{7\pi\times 72}{2\pi} = 7\times 36 = 252°$$

$$x = \frac{\pi\times 144}{180} = \frac{\pi\times 72}{90} = \frac{\pi\times 8}{10} = \frac{4\pi}{5}\ \text{rad}$$

Exercice 5 :

Calculer la longueur AB.



Le triangle ABC est rectangle en B

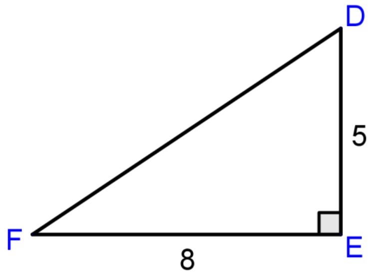
$$\sin B = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{\sin 40}{1} = \frac{5}{AB}$$

$$AB\times \sin 40 = 5\times 1$$

$$AB = \frac{5}{\sin 40} \simeq 7{,}78$$

Calculer la valeur de l'angle F :



Le triangle DEF est rectangle en E

$$\sin F = \frac{DE}{EF} = \frac{5}{8}$$

$$F = \tan^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) \simeq 32°$$

Exercice 6 :

On donne $\cos x = 0{,}2$, calculer $\sin x$ de deux manières différentes.

1ère méthode :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$0{,}2^2 + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - 0{,}04$$

$$\sin^2 x = 0{,}96$$

$$\sin x = \sqrt{0{,}96} \simeq 0{,}98$$

2ème méthode : Si $\cos x = 0{,}2$

alors $x = \cos^{-1} 0{,}2 \simeq 78{,}463$

et $\sin 78{,}463 \simeq 0{,}98$

Exercice 7 :

On donne $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, calculer $\sin\frac{2\pi}{5}$ avec une formule de trigonométrie.

$$\cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 1 \iff \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2 + \sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 1$$

$$\iff \sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 1 - \frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{16} = 1 - \frac{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 2\sqrt{5} + 1^2}{16} = 1 - \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{16}$$

$$\iff \sin^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{16}{16} - \frac{6-2\sqrt{5}}{16} = \frac{10+2\sqrt{5}}{16} \iff \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{16}} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

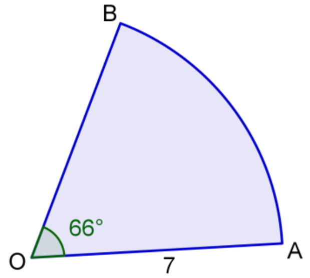
Exercice 8 :

$$\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{4}=\frac{8}{4}=2$$

Exercice 9 :

Calculer la longueur de l'arc AB.



Il faut convertir 66° en radians puis appliquer la formule

$\mathrm{AB} = \text{rayon} \times \text{angle en radians}$

360°	66°
2π	x

$x \times 360 = 2\pi \times 66$

$$x = \frac{2\pi \times 66}{360} = \frac{2\pi \times 11}{60} = \frac{11\pi}{30}$$

Ainsi : $\mathrm{AB} = 7 \times \frac{11\pi}{30} = \frac{77\pi}{30} \simeq 8{,}06$