

RAPPEL : dérivées des fonctions usuelles

fonction :	$f(x) = k$ (constante)	$f(x) = ax + b$	$f(x) = x^n$	$f(x) = \frac{1}{x^n}$	$f(x) = \sqrt{x}$
fonction dérivée :	$f'(x) = 0$	$f'(x) = a$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Dans cette fiche, on va utiliser les formules suivantes :

③ La fonction dérivée de $u \cdot v$ est la fonction $u' \cdot v + u \cdot v'$

④ La fonction dérivée de u^2 est la fonction $2 \cdot u' \cdot u$

EXERCICE 6A.1 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u^2) sur l'intervalle I .

1. $f(x) = (5x+3)^2$, $I = \mathbb{R}$

$$u(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

2. $f(x) = (1-3x)^2$, $I = \mathbb{R}$

$$u(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

3. $f(x) = (2x^3+1)^2$, $I = \mathbb{R}$

$$u(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

4. $f(x) = \left(5 + \frac{1}{x}\right)^2$, $I = \mathbb{R}^*$

$$u(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

5. $f(x) = \left(3 + \frac{1}{x^2}\right)^2$, $I = \mathbb{R}^*$

$$u(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

6. $f(x) = (1 + \sqrt{x})^2$, $I = [0 ; +\infty[$

$$u(x) =$$

$$\text{Si } x > 0 : u'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

EXERCICE 6A.2 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $u \cdot v$) sur l'intervalle I .

1. $f(x) = x\sqrt{x}$, $I = [0 ; +\infty[$

$$u(x) =$$

$$v(x) =$$

$$u'(x) = \quad \text{Si } x > 0 : v'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

2. $f(x) = x^2\sqrt{x}$, $I = [0 ; +\infty[$

$$u(x) =$$

$$v(x) =$$

$$u'(x) = \quad \text{Si } x > 0 : v'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

3. $f(x) = (2x-3)(5x+1)$, $I = \mathbb{R}$

$$u(x) =$$

$$v(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$v'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

4. $f(x) = (2x^2-3x)(5x^2+1)$, $I = \mathbb{R}$

$$u(x) =$$

$$v(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$v'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

5. $f(x) = x^3(3-5x^2)$, $I = \mathbb{R}$

$$u(x) =$$

$$v(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$v'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

6. $f(x) = \sqrt{x}\left(5 - \frac{1}{x^4}\right)$, $I = \mathbb{R}^*$

$$u(x) =$$

$$v(x) =$$

$$u'(x) =$$

$$v'(x) =$$

$$\text{Donc } f'(x) =$$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 6A.1

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme u^2) sur l'intervalle I .

1. $f(x) = (5x+3)^2, I = \mathbb{R}$

$u(x) = 5x+3$

$u'(x) = 5$

Donc $f'(x) = 2 \times (5x+3) \times 5$
 $= 10(5x+3)$

2. $f(x) = (1-3x)^2, I = \mathbb{R}$

$u(x) = 1-3x$

$u'(x) = -3$

Donc $f'(x) = 2 \times (1-3x) \times (-3)$
 $= -6(1-3x)$

3. $f(x) = (2x^3+1)^2, I = \mathbb{R}$

$u(x) = 2x^3+1$

$u'(x) = 2 \times 3x^2 = 6x^2$

Donc $f'(x) = 2 \times (2x^3+1) \times 6x^2$
 $= 12x^2(2x^3+1)$

4. $f(x) = \left(5 + \frac{1}{x}\right)^2, I = \mathbb{R}^*$

$u(x) = 5 + \frac{1}{x}$

$u'(x) = -\frac{1}{x^2}$

$f'(x) = 2 \times \left(5 + \frac{1}{x}\right) \times \left(-\frac{1}{x^2}\right)$

5. $f(x) = \left(3 + \frac{1}{x^2}\right)^2, I = \mathbb{R}^*$

$u(x) = 3 + \frac{1}{x^2} = 3 + x^{-2}$

$u'(x) = -2 \times x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

$f'(x) = 2 \times \left(3 + \frac{1}{x^2}\right) \times \left(-\frac{2}{x^3}\right)$

6. $f(x) = (1 + \sqrt{x})^2, I = [0; +\infty[$

$u(x) = 1 + \sqrt{x}$

Si $x > 0$: $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f'(x) = 2 \times (1 + \sqrt{x}) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

EXERCICE 6A.2

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $u \cdot v$) sur l'intervalle I .

1. $f(x) = x\sqrt{x}, I = [0; +\infty[$

$u(x) = x \quad v(x) = \sqrt{x}$

$u'(x) = 1 \quad \text{Si } x > 0 : v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}$
 $= \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$

2. $f(x) = x^2\sqrt{x}, I = [0; +\infty[$

$u(x) = x^2 \quad v(x) = \sqrt{x}$

$u'(x) = 2x \quad \text{Si } x > 0 : v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f'(x) = 2x \times \sqrt{x} + x^2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$
 $= 2x\sqrt{x} + \frac{x \times \sqrt{x} \times \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = 2x\sqrt{x} + \frac{x\sqrt{x}}{2} = \frac{5x\sqrt{x}}{2}$

3. $f(x) = (2x-3)(5x+1), I = \mathbb{R}$

$u(x) = 2x-3 \quad v(x) = 5x+1$

$u'(x) = 2 \quad v'(x) = 5$

Donc $f'(x) = 2 \times (5x+1) + (2x-3) \times 5$
 $= 10x+2+10x-15 = 20x-13$

4. $f(x) = (2x^2-3x)(5x^2+1), I = \mathbb{R}$

$u(x) = 2x^2-3x \quad v(x) = 5x^2+1$

$u'(x) = 4x-3 \quad v'(x) = 5 \times 2x = 10x$

Donc $f'(x) = (4x-3)(5x^2+1) + (2x^2-3x) \times 10x$
 $f'(x) = 20x^3 + 4x - 15x^2 - 3 + 20x^3 - 30x^2$
 $f'(x) = 40x^3 - 45x^2 + 4x - 3$

5. $f(x) = x^3(3-5x^2), I = \mathbb{R}$

$u(x) = x^3 \quad v(x) = 3-5x^2$

$u'(x) = 3x^2 \quad v'(x) = -5 \times 2x = -10x$

Donc $f'(x) = 3x^2 \times (3-5x^2) + x^3 \times (-10x)$
 $= 9x^2 - 15x^4 - 10x^4 = 9x^2 - 25x^4 = x^2(9-25x^2)$

6. $f(x) = \sqrt{x} \left(5 - \frac{1}{x^4}\right), I = \mathbb{R}^*$

$u(x) = \sqrt{x} \quad v(x) = 5 - \frac{1}{x^4} = 5 - x^{-4}$

$u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad v'(x) = -(-4)x^{-5} = \frac{4}{x^5}$

Donc $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times \left(5 - \frac{1}{x^4}\right) + \sqrt{x} \times \frac{4}{x^5}$