

RAPPEL : dérivées des fonctions usuelles

fonction :	$f(x) = k$ (constante)	$f(x) = ax + b$	$f(x) = x^n$	$f(x) = \frac{1}{x^n}$	$f(x) = \sqrt{x}$
fonction dérivée :	$f'(x) = 0$	$f'(x) = a$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations sur les fonctions dérivées (u et v sont deux fonctions)

	❶	❷	❸	❹	❺	❻
fonction :	$u + v$	$k \times u$ <i>k réel fixé</i>	$u \times v$	u^2	$\frac{1}{u}$ avec $u(x) \neq 0$ sur I	$\frac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ sur I
fonction dérivée :	$u' + v'$	$k \times u'$	$u'v + uv'$	$2 \times u \times u'$	$\frac{-u'}{u^2}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{1}{2-5x^2}$

2. $f(x) = 7x^2 - 3x + 1$

3. $f(x) = (7-6x)^2$

4. $f(x) = x^4(3-2x)^2$

5. $f(x) = \frac{x}{1-2x}$

6. $f(x) = \frac{4x+3}{5x-2}$

7. $f(x) = (2x-5x^2)^2$

8. $f(x) = -3\sqrt{x} + 7$

9. $f(x) = \frac{1}{7x+2}$

10. $f(x) = x\sqrt{x}$

11. $f(x) = \frac{5}{3x^2} - \frac{8}{5x^3}$

12. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

$$1. f(x) = \frac{1}{2-5x^2}$$

$$u(x) = 2-5x^2$$

$$u'(x) = -5 \times 2x = -10x$$

$$f'(x) = \frac{-(-10x)}{(2-5x^2)^2} = \frac{10x}{(2-5x^2)^2}$$

$$2. f(x) = 7x^2 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 7 \times 2x - 3 = 14x - 3$$

$$3. f(x) = (7-6x)^2$$

$$u(x) = 7-6x$$

$$u'(x) = -6$$

$$\text{Donc } f'(x) = 2 \times (7-6x) \times (-6) \\ = -12(7-6x)$$

$$4. f(x) = x^4(3-2x)^2$$

$$u(x) = x^4 \quad v(x) = (3-2x)^2$$

$$u'(x) = 4x^3 \quad v'(x) = 2(3-2x) \times (-2)$$

$$f'(x) = 4x^3(3-2x)^2 + x^4 \times (-4)(3-2x) \\ = 4x^3(3-2x)^2 - 4x^4(3-2x)$$

$$5. f(x) = \frac{x}{1-2x}$$

$$u(x) = x \quad v(x) = 1-2x$$

$$u'(x) = 1 \quad v'(x) = -2$$

$$f'(x) = \frac{1 \times (1-2x) - x \times (-2)}{(1-2x)^2} \\ = \frac{1-2x+2x}{(1-2x)^2} = \frac{1}{(1-2x)^2}$$

$$6. f(x) = \frac{4x+3}{5x-2}$$

$$u(x) = 4x+3 \quad v(x) = 5x-2$$

$$u'(x) = 4 \quad v'(x) = 5$$

$$f'(x) = \frac{4 \times (5x-2) - (4x+3) \times 5}{(5x-2)^2} \\ = \frac{20x-8-20x-15}{(5x-2)^2} = \frac{-23}{(5x-2)^2}$$

$$7. f(x) = (2x-5x^2)^2$$

$$u(x) = 2x-5x^2$$

$$u'(x) = 2-5 \times 2x = 2-10x$$

$$\text{Donc } f'(x) = 2(2x-5x^2) \times (2-10x)$$

$$8. f(x) = -3\sqrt{x} + 7$$

$$f'(x) = -3 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-3}{2\sqrt{x}}$$

$$9. f(x) = \frac{1}{7x+2}$$

$$u(x) = 7x+2$$

$$u'(x) = 7$$

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{-7}{(7x+2)^2}$$

$$10. f(x) = x\sqrt{x}$$

$$u(x) = x \quad v(x) = \sqrt{x}$$

$$u'(x) = 1 \quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Donc

$$f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} \\ = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

$$11. f(x) = \frac{5}{3x^2} - \frac{8}{5x^3} \\ = \frac{5}{3} \times \frac{1}{x^2} - \frac{8}{5} \times \frac{1}{x^3}$$

$$f'(x) = \frac{5}{3} \times \frac{-2}{x^3} - \frac{8}{5} \times \frac{-3}{x^4} \\ = \frac{-10}{3x^3} + \frac{24}{5x^4}$$

$$12. f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

$$u(x) = x \quad v(x) = x^2+1$$

$$u'(x) = 1 \quad v'(x) = 2x$$

$$f'(x) = \frac{1 \times (x^2+1) - x \times 2x}{(x^2+1)^2} \\ = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$