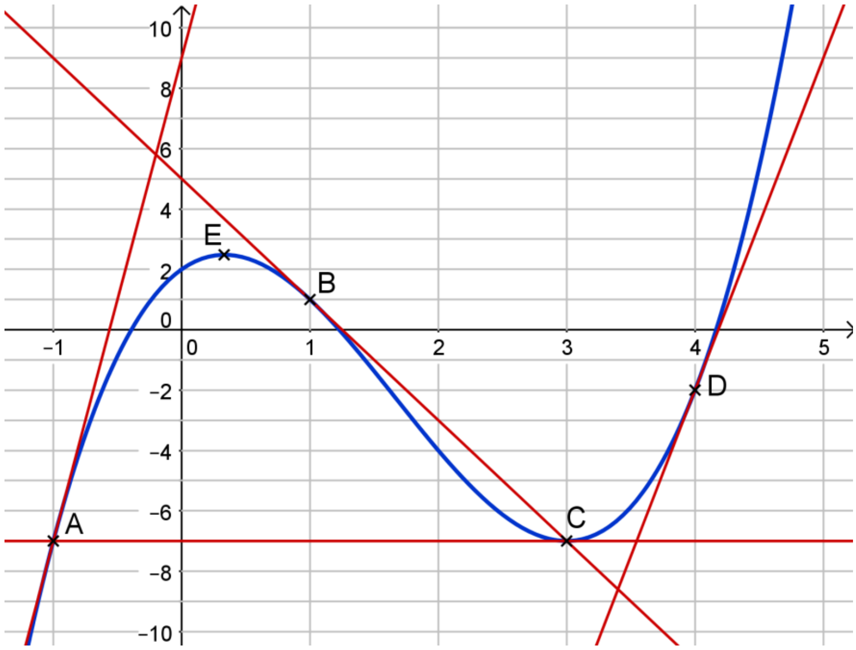
Exercices sur le second degré

Exercice 5B.1 :

Voici la représentation graphique d'une fonction f et $E\left(\frac{1}{3};2,48\right)$



1) Déterminer :

$f(-1) = ...$ $\quad f'(-1) = ...$

$f(1) = ...$ $\quad f'(1) = ...$

$f(3) = ...$ $\quad f'(3) = ...$

$f(4) = ...$ $\quad f'(4) = ...$

2) Réaliser sur votre copie double le tableau de variation complet de cette fonction sur l'intervalle $[-1;4]$.

Exercice 5B.2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 7x + 5$

1) Déterminer la fonction dérivée.
2) Etudier le signe de la dérivée
3) Etablir le tableau de variations.
4) Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.

Exercice 5B.3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$

1) Déterminer la fonction dérivée.
2) Etudier le signe de la dérivée
3) Etablir le tableau de variations.
4) Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2.

Exercice 5B.4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{4}\right\}$ par : $f(x) = \frac{2x-3}{5-4x}$

1) Déterminer la fonction dérivée.
2) Etudier le signe de la dérivée
3) Etablir le tableau de variations.
4) Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

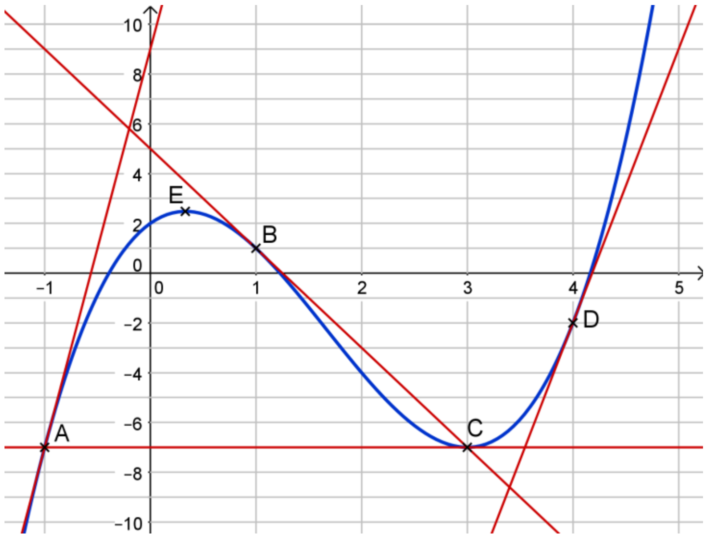
Exercice 5B.5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2+5}{2-x}$

1) Déterminer la fonction dérivée.
2) Etudier le signe de la dérivée
3) Etablir le tableau de variations.
4) Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

Exercice 5B.1 :

Voici la représentation graphique d'une fonction f et $\mathrm{E}\left(\frac{1}{3};2,48\right)$.



1) Déterminer :

$f(-1)=-7$ $\quad$ $f'(-1)=16$

$f(1)=1$ $\quad$ $f'(1)=-4$

$f(3)=-7$ $\quad$ $f'(3)=0$

$f(4)=-2$ $\quad$ $f'(4)=11$

2) Tableau de variation :

x	-1		$\frac{1}{3}$		3		4
$f(x)$	-7	$\nearrow$	$2,48$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	-2

Exercice 5B.2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-7x+5$

1) *Déterminer la fonction dérivée.*

f est dérivable en tant que fonction polynômiale.

$f'(x)=2x-7$

2) *Etudier le signe de la dérivée*

$$f'(x)>0 \iff 2x-7>0 \iff 2x>7 \iff x>\frac{7}{2}$$

3) *Etablir le tableau de variations.*

x	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-7,25$	$\nearrow$	$+\infty$

4) *Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.*

$y=f'(2)(x-2)+f(2)$ avec $f(2)=-5$ et $f'(2)=2\times2-7=-3$

$y=-3(x-2)-5=-3x+6-5=-3x+1$

Exercice 5B.3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-3x^2-24x+5$

1) *Déterminer la fonction dérivée.*

f est dérivable en tant que fonction polynômiale.

$f'(x)=3x^2-3\times2x-24=3x^2-6x-24$

2) *Etudier le signe de la dérivée.*

$\Delta=(-6)^2-4\times3\times(-24)=36+288=324=18^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$x_1=\dfrac{-(-6)-18}{2\times3}=\dfrac{6-18}{6}=\dfrac{-12}{6}=-2$ et $x_2=\dfrac{-(-6)+18}{2\times3}=\dfrac{6+18}{6}=\dfrac{24}{6}=4$

$a=3$ donc la parabole est orientée « vers le haut »

$f'(x)>0$ si $x\in\left]-\infty;-2\right[\cup\left]4;+\infty\right[$

$f'(x)<0$ si $x\in\left]-2;4\right[$

3) *Etablir le tableau de variations.*

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	33	↘	-75	↗	

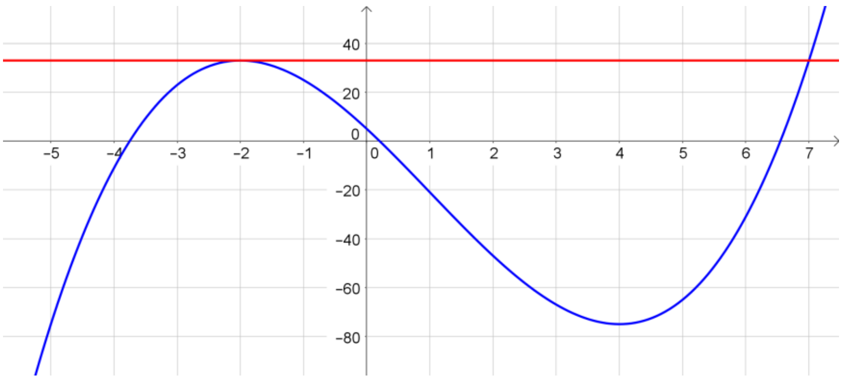
$f(-2)=(-2)^3-3\times(-2)^2-24\times(-2)+5=33$

$f(4)=4^3-3\times4^2-24\times4+5=-75$

4) *Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse* -2.

$y=f'(-2)(x-(-2))+f(-2)$ avec $f(-2)=33$ et $f'(-2)=0$

$y=0(x+2)+33=33$



Exercice 5B.4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5}{4}\right\}$ *par :* $f(x)=\dfrac{2x-3}{5-4x}$

1) *Déterminer la fonction dérivée.*

f est dérivable en tant que quotient de fonctions polynômiales.

On pose $u(x)=2x-3$ et $v(x)=5-4x$ ainsi : $u'(x)=2$ et $v'(x)=-4$

$$f'(x)=\frac{2(5-4x)-(2x-3)\times(-4)}{(5-4x)^2}=\frac{10-8x-(-8x+12)}{(5-4x)^2}=\frac{10-8x+8x-12}{(5-4x)^2}=\frac{-2}{(5-4x)^2}$$

2) *Etudier le signe de la dérivée.*

Le dénominateur est strictement positif et le numérateur négatif.

Donc pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{4}{5}\right\}$: $f'(x)<0$

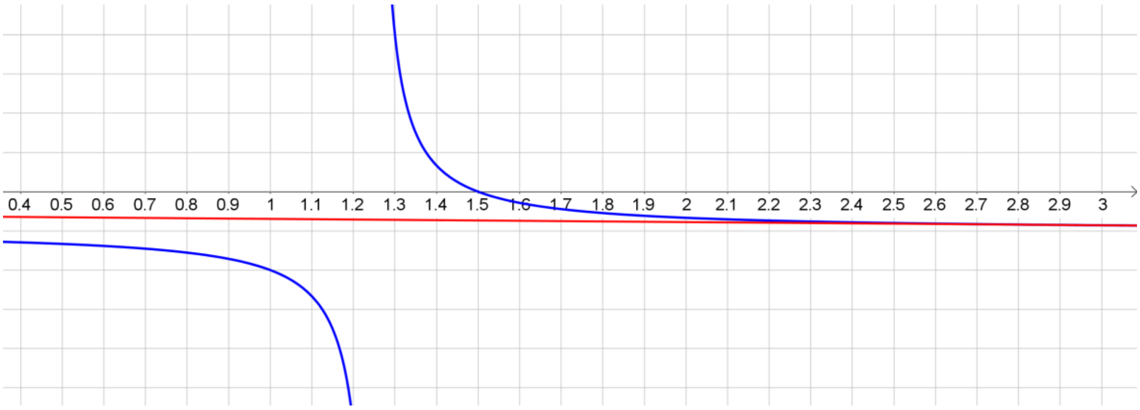
3) *Etablir le tableau de variations.*

x	$-\infty$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$		↘	‖	↘	

4) *Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.*

$$y = f'(3)(x-3)+f(3) \quad \text{avec} \quad f(3)=\frac{2\times 3-3}{5-4\times 3}=\frac{3}{-7}=-\frac{3}{7} \quad \text{et} \quad f'(3)=\frac{-2}{(5-4\times 3)^2}=\frac{-2}{49}$$

$$y=\frac{-2}{49}(x-3)-\frac{3}{7}=\frac{-2}{49}x+\frac{6}{49}-\frac{3}{7}=\frac{-2}{49}x+\frac{6}{49}-\frac{21}{49}=\frac{-2}{49}x-\frac{15}{49}$$



Exercice 5B.5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ *par :* $f(x)=\dfrac{x^2+5}{2-x}$

1) *Déterminer la fonction dérivée.*

f est dérivable en tant que quotient de fonctions polynômiales.

On pose $u(x)=x^2+5$ et $v(x)=2-x$ ainsi : $u'(x)=2x$ et $v'(x)=-1$

$$f'(x)=\frac{2x(2-x)-(x^2+5)\times(-1)}{(2-x)^2}=\frac{4x-2x^2-(-x^2-5)}{(2-x)^2}=\frac{4x-2x^2+x^2+5}{(2-x)^2}=\frac{-x^2+4x+5}{(2-x)^2}$$

2) *Etudier le signe de la dérivée*

$\Delta=4^2-4\times(-1)\times 5=16+20=36=6^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-4-6}{2\times(-1)}=\frac{-10}{-2}=5 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-4+6}{2\times(-1)}=\frac{2}{-2}=-1$$

$a=-1$ donc la parabole est orientée « vers le bas » : $f'(x)>0$ pour tout $x\in\,]-1;2[\,\cup\,]2;5[$

5) *Etablir le tableau de variations.*

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	2	↗	‖	↗	-10	↘	

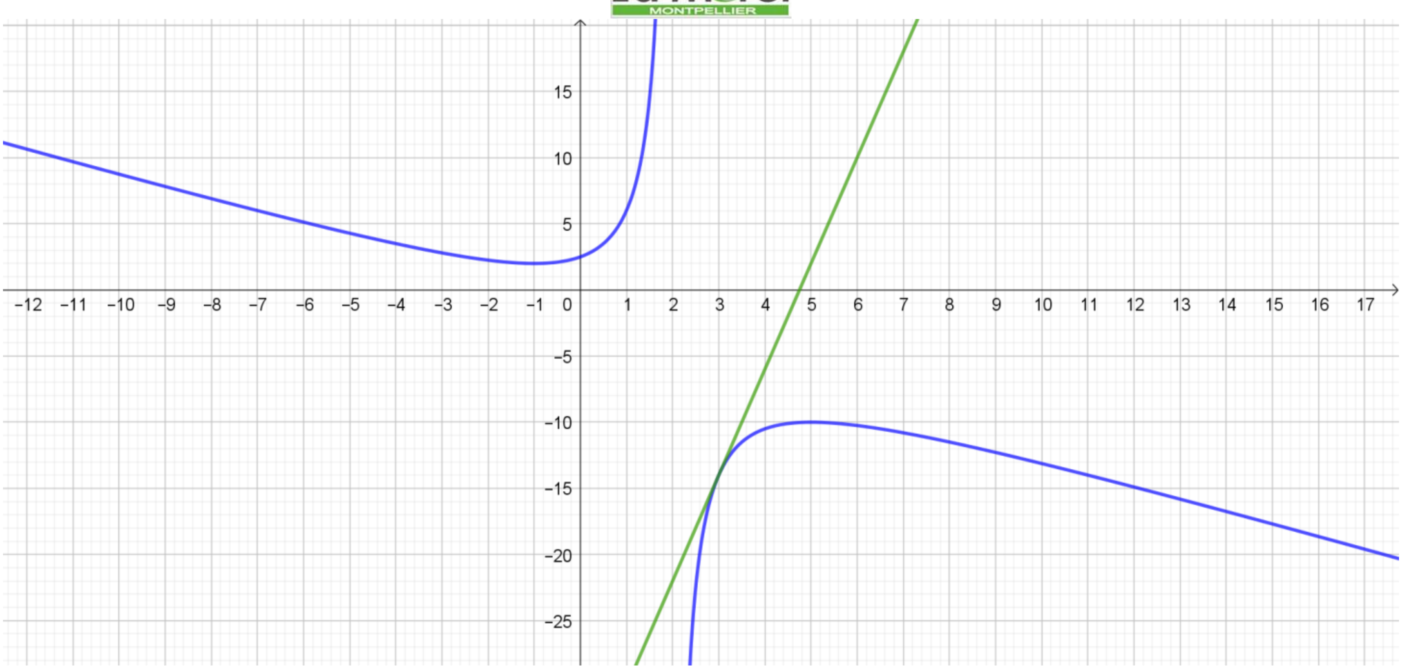
$$f(-1)=\frac{(-1)^2+5}{2-(-1)}=\frac{1+5}{2+1}=\frac{6}{3}=2 \quad \text{et} \quad f(5)=\frac{5^2+5}{2-5}=\frac{30}{-3}=-10$$

3) Quelle est l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

$$y=f'(3)(x-3)+f(3) \quad \text{avec} \quad f(3)=\frac{3^2+5}{2-3}=\frac{9+5}{-1}=\frac{14}{-1}=-14$$

$$\text{et} \quad f'(3)=\frac{-3^2+4\times 3+5}{(2-3)^2}=\frac{-9+12+5}{1}=8$$

$$y=8(x-3)-14=8x-24-14=8x-38$$


15
10
5
-5
-10
-15
-20
-25
-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17