1ere ES

Contrôle CORRIGE (site)

EXERCICE 1

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
Calculer la dérivée $f'(x)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^5-5x^3+8x-9$
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{5}{x}-\frac{3}{x^2}+7$
3. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=4\sqrt{x}-4x$

EXERCICE 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{4x}{x^2+4}$
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=(2x+4)\sqrt{x}$
3. f est définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x)=\frac{7}{x^2-4}$

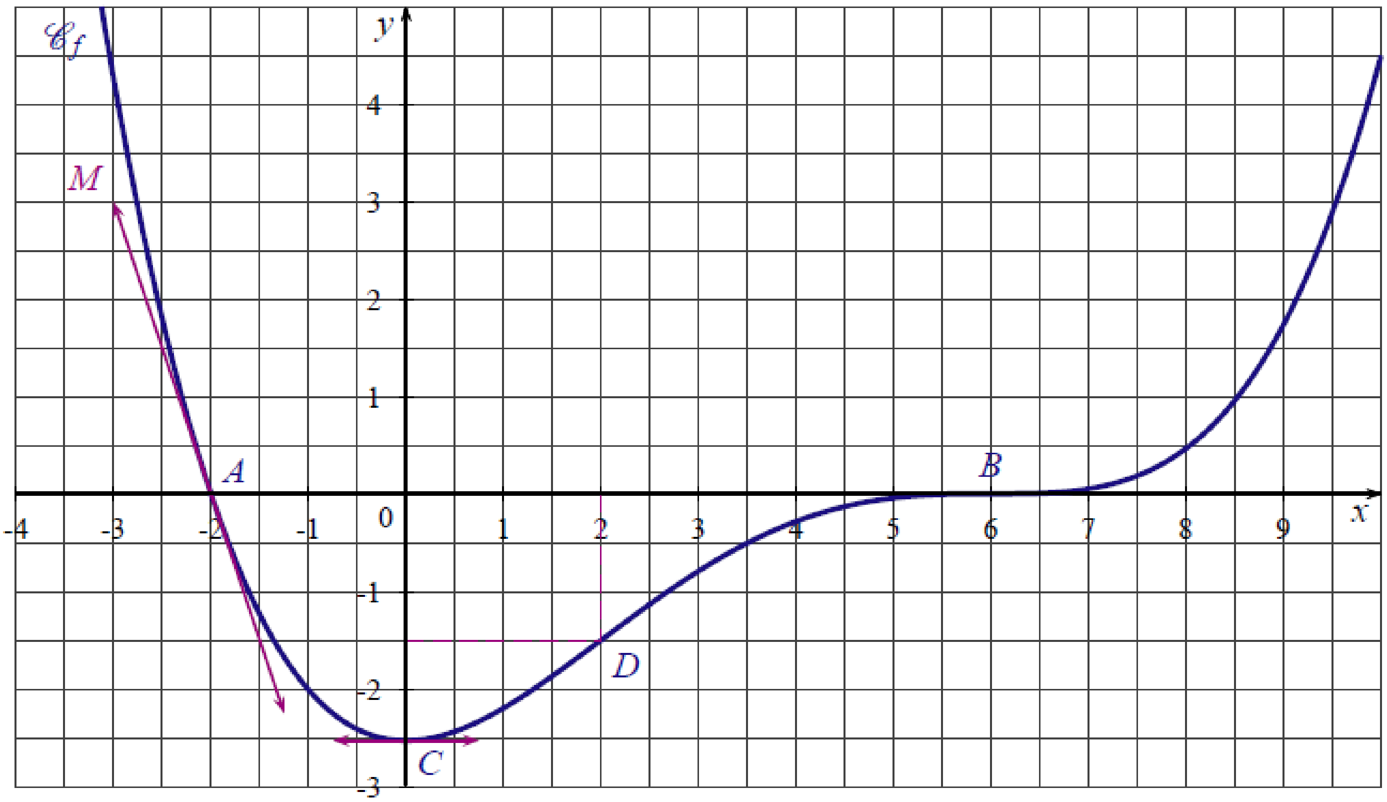
EXERCICE 3

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe C_f représentant la fonction f.

La courbe C_f coupe l'axe des abscisses au point $A(-2;0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.

La tangente à la courbe au point A passe par le point $M(-3;3)$.

La courbe C_f admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0.



À partir du graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Les réponses aux questions suivantes devront être justifiées.

2. a) Déterminer $f'(0)$.

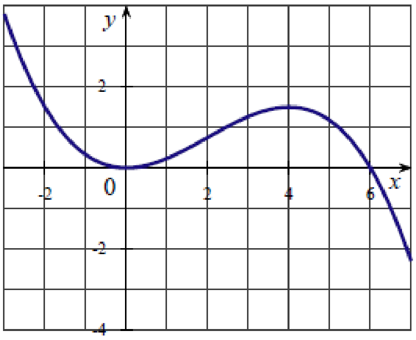
   b) Déterminer les solutions de l'équation $f'(x)=0$.

3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point A.

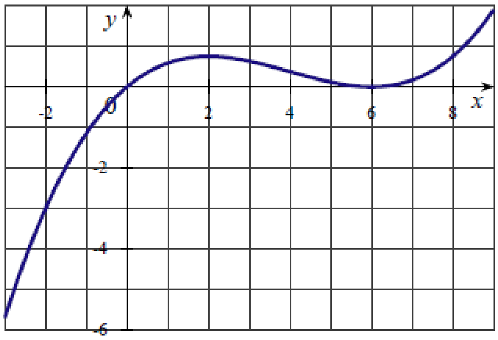
   En déduire la valeur de $f'(-2)$

4. On donne $f'(2)=\frac{3}{4}$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la tangente à la courbe C_f au point D avec l'axe des abscisses.

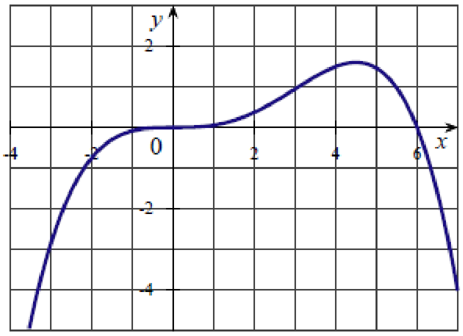
5. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f'. Déterminer laquelle.



Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$



Courbe $\mathscr{C}_3$

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-4x+7}{x^2+3}$

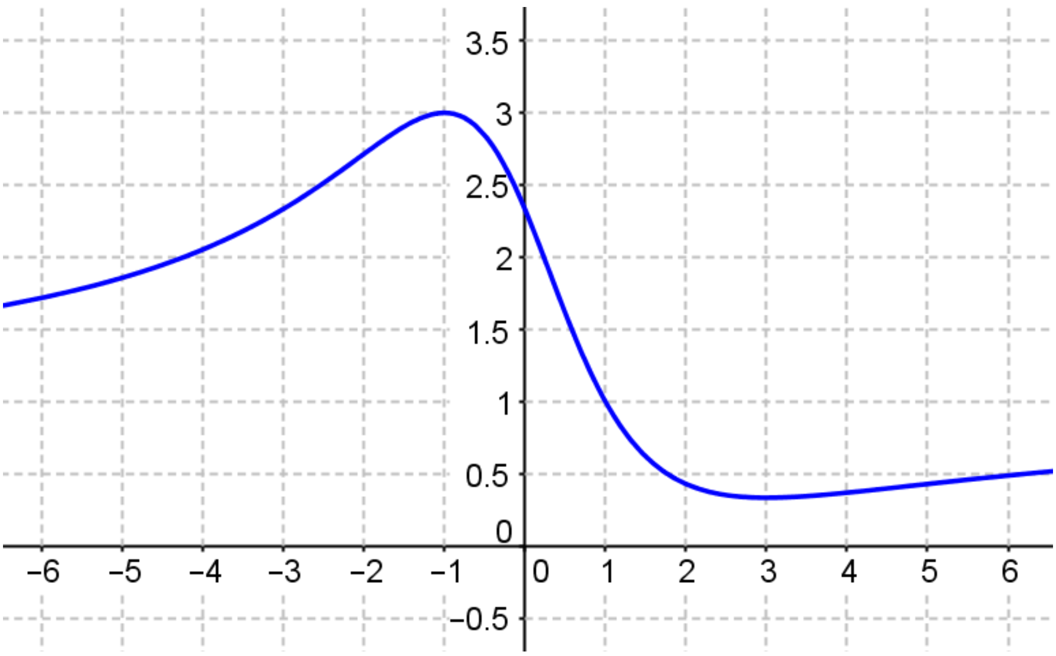
On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. Montrer que la dérivée de la fonction f est la fonction f' définie sur R par $f'(x)=\dfrac{4\left(x^2-3x-3\right)}{\left(x^2+3\right)^2}$.

2. Étudier les variations de la fonction f.

3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.

Représenter la tangente T sur le graphique ci-dessous.



1ere ES

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. QUET

EXERCICE 1

$f(x)=2x^5-5x^3+8x-9$ → $f'(x)=2\times 5x^4-5\times 3x^2+8=10x^4-15x^2+8$

$f(x)=\frac{5}{x}-\frac{3}{x^2}+7$ → $f'(x)=5\times\frac{-1}{x^2}-3\times\frac{-2}{x^3}=\frac{-5}{x^2}+\frac{6}{x^3}$

$f(x)=4\sqrt{x}-4x$ → $f'(x)=4\times\frac{1}{2\sqrt{x}}-4=\frac{2}{\sqrt{x}}-4$

EXERCICE 2

$f(x)=\frac{4x}{x^2+4}$ →on pose : $u(x)=4x$ $v(x)=x^2+4$

→ $u'(x)=4$ $v'(x)=2x$

$$f'(x)=\frac{4\times\left(x^2+4\right)-4x\times 2x}{\left(x^2+4\right)^2}=\frac{4x^2+16-8x^2}{\left(x^2+4\right)^2}=\frac{16-4x^2}{\left(x^2+4\right)^2}=\frac{4\left(4-x^2\right)}{\left(x^2+4\right)^2}=\frac{4(2+x)(2-x)}{\left(x^2+4\right)^2}$$

$f(x)=(2x+4)\sqrt{x}$ →on pose : $u(x)=2x+4$ $v(x)=\sqrt{x}$

→ $u'(x)=2$ $v'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x)=2\times\sqrt{x}+(2x+4)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+\frac{2x+4}{2\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+\frac{x+2}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}\times\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{x+2}{\sqrt{x}}=\frac{2x}{\sqrt{x}}+\frac{x+2}{\sqrt{x}}=\frac{3x+2}{\sqrt{x}}$$

$f(x)=\frac{7}{x^2-4}$ →on pose : $u(x)=x^2-4$ $u'(x)=2x$

$$f'(x)=7\times\frac{-u'(x)}{u^2(x)}=7\times\frac{-2x}{\left(x^2-4\right)^2}=\frac{-14x}{\left(x^2-4\right)^2}$$

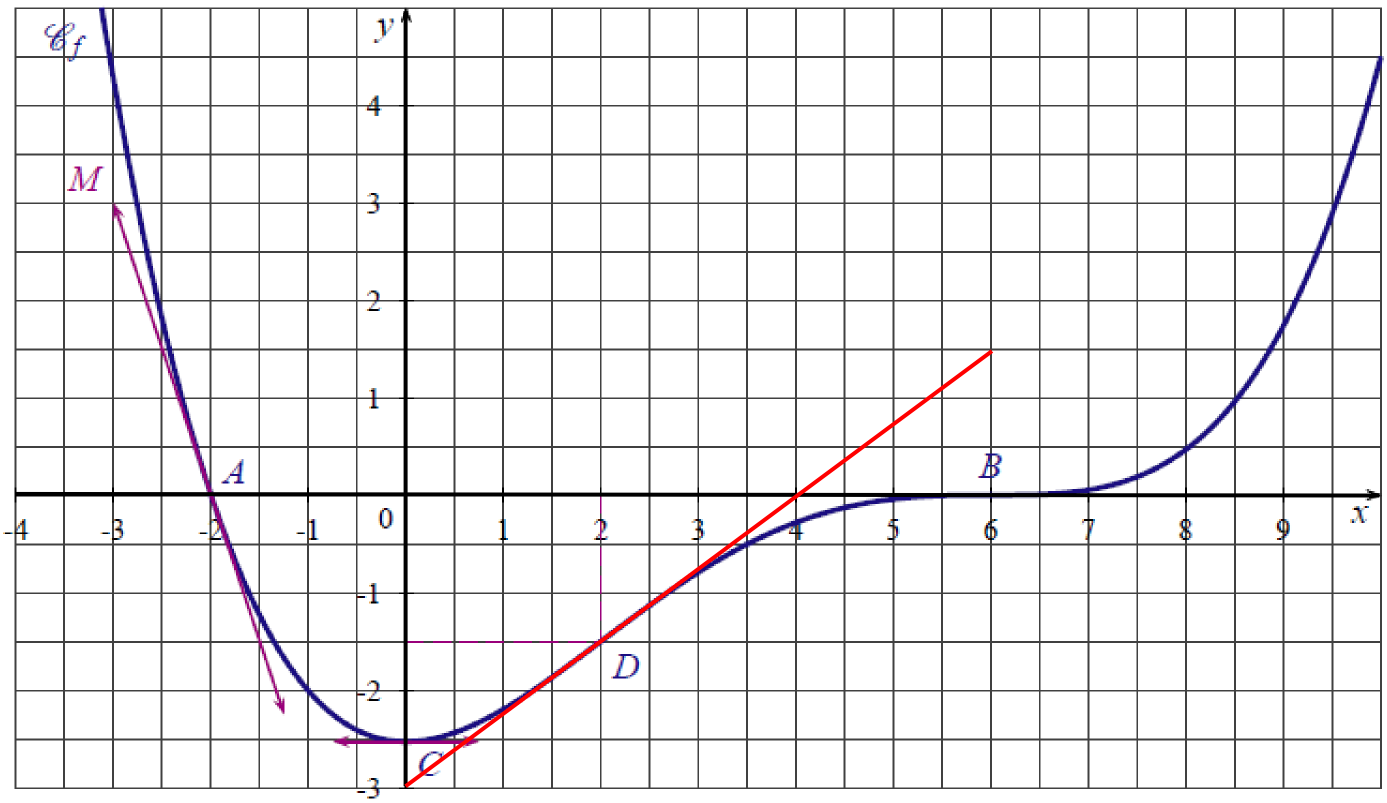
EXERCICE 3

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe C_f représentant la fonction f.

La courbe C_f coupe l'axe des abscisses au point $A(-2;0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.

La tangente à la courbe au point A passe par le point $M(-3;3)$.

La courbe C_f admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0.



1. Dresser sans justification le tableau de variations de la fonction *f* sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$-2,5$	$\nearrow$

2. a) La courbe admet en 0 une tangente horizontale donc $f'(0)=0$.

b) La courbe admet deux tangentes horizontales donc les solutions de l'équation $f'(x)=0$ sont $x=0$ et $x=6$.

3. Une équation de la tangente à la courbe C_f au point *A* est : $y=-3x-6$

Donc $f'(-2)=-3$

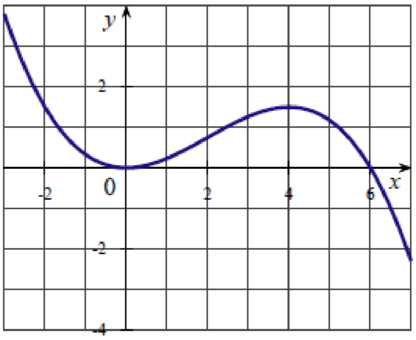
4. On donne $f'(2)=\dfrac{3}{4}$: une équation de la tangente à la courbe C_f au point *D* est : $y=\dfrac{3}{4}x-3$

Les coordonnées du point d'intersection de la tangente à la courbe C_f au point *D* avec l'axe des abscisses vérifient : $\dfrac{3}{4}x-3=0 \Leftrightarrow \dfrac{3}{4}x=3 \Leftrightarrow x=3\times\dfrac{4}{3}=4$ soit le point de coordonnées $(4;0)$.

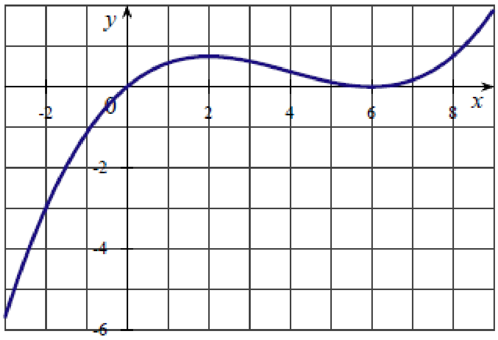
5. La fonction *f* est décroissante sur $]-\infty;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$

Donc sa dérivée est négative sur $]-\infty;0]$ et positive sur $[0;+\infty[$

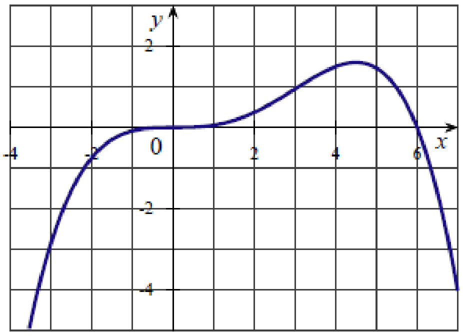
De plus, la courbe admet une tangente horizontale au point d'abscisse 6 donc $f'(6)=0$: cela correspond à la courbe C_2.



Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$



Courbe $\mathscr{C}_3$

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-4x+7}{x^2+3}$

On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. On pose : $u(x)=x^2-4x+7$ $\qquad v(x)=x^2+3$

$u'(x)=2x-4 \qquad v'(x)=2x$

$$f'(x)=\frac{(2x-4)\left(x^2+3\right)-\left(x^2-4x+7\right)\times 2x}{\left(x^2+3\right)^2}=\frac{2x^3+6x-4x^2-12-\left(2x^3-8x^2+14x\right)}{\left(x^2+3\right)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3+6x-4x^2-12-2x^3+8x^2-14x}{\left(x^2+3\right)^2}=\frac{4x^2-8x-12}{\left(x^2+3\right)^2}=\frac{4\left(x^2-2x-3\right)}{\left(x^2+3\right)^2}$$

2. Étudier les variations de la fonction f.
Le dénominateur étant strictement positif, on étudie le signe du numérateur :

$\Delta=(-2)^2-4\times1\times(-3)=4+12=16=4^2$

$$x_1=\frac{-(-2)-4}{2\times1}=\frac{2-4}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \text{ et } x_2=\frac{-(-2)+4}{2\times1}=\frac{2+4}{2}=\frac{6}{2}=3$$

Le coefficient de x^2 étant positif, la dérivée est négative sur $[-1;3]$.

Ainsi : si $x\in[-1;3]$, la fonction f est décroissante

si $x\in]-\infty;-1]\cup[3;+\infty[$, la fonction f est croissante

3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.

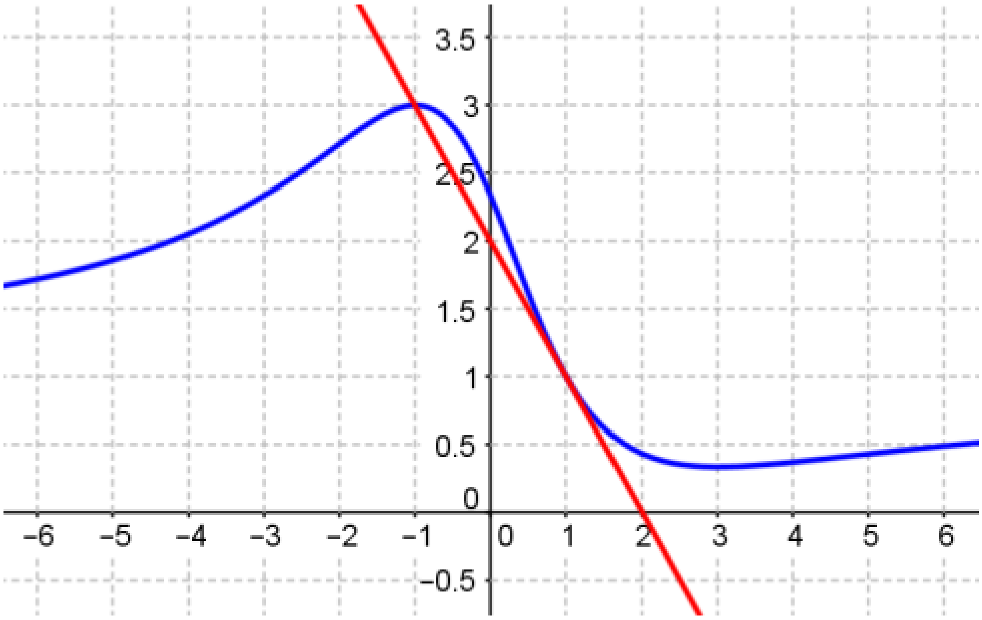
$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$$f(1)=\frac{1^2-4\times1+7}{1^2+3}=\frac{1-4+7}{1+3}=\frac{4}{4}=1$$

$$f'(1)=\frac{4\left(1^2-2\times1-3\right)}{\left(1^2+3\right)^2}=\frac{4(1-2-3)}{(1+3)^2}=\frac{4\times(-4)}{4^2}=-1$$

$y=-1(x-1)+1=-x+1+1=-x+2$

Représenter la tangente T sur le graphique ci-dessous.



3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
−0.5
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6