

Contrôle de Mathématiques

Toute la suite des hommes doit être considérée comme un même homme... (Blaise Pascal)
Le bonheur de demain n'existe pas. Le bonheur, c'est tout de suite ou jamais. (René Barjavel)

Exercice 1 On définit comme suit une suite (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 2u_n - 2n + 1 \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$ (3 points)

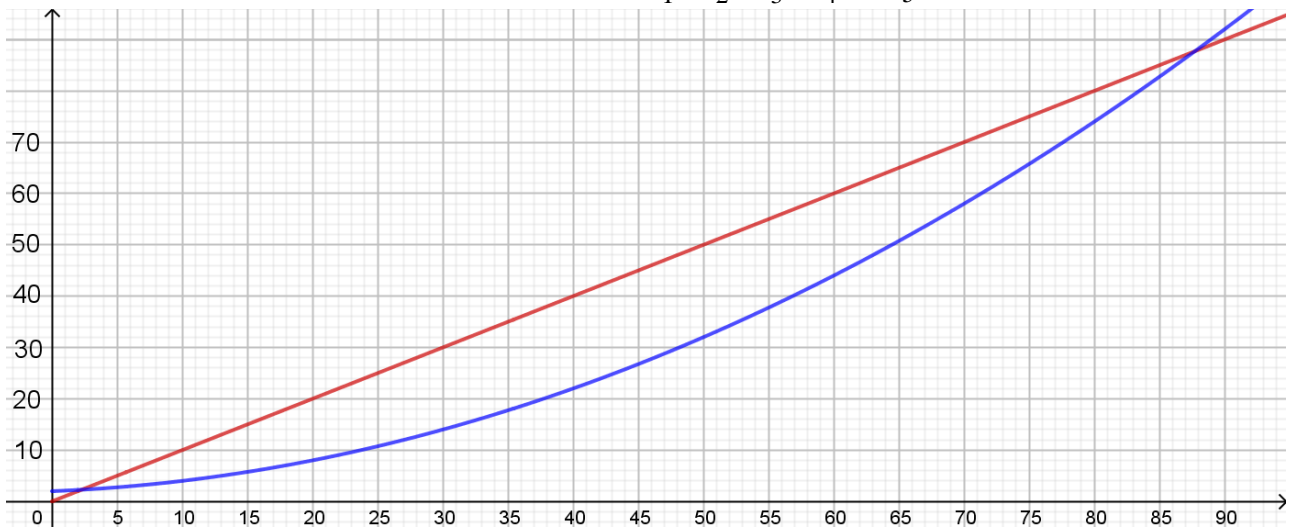
- 1) Calculer les premiers termes u_2, u_3 et u_4 en décrivant les calculs.
- 2) Déterminer avec votre calculatrice la valeur exacte de u_{24} .

Exercice 2 (6 points)

- 1) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 80 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

Construire avec précision la valeur des termes u_1 à u_5 (vous laisserez les traits de construction).

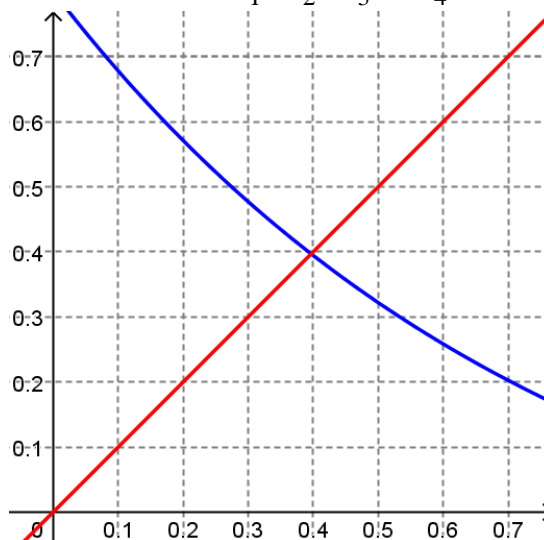
Vous indiquerez sur votre copie les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 obtenues par lecture graphique.



- 2) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0,1 \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$

Construire avec précision la valeur des termes u_1 à u_4 (vous laisserez les traits de construction).

Vous indiquerez sur votre copie les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4 obtenues par lecture graphique.



Exercice 3 Etudier le sens de variation des suites (u_n) définies ci-dessous : *(8 points)*

- a) $u_n = 2 - 5n$ ($n \in \mathbb{N}$) b) $u_n = \frac{n-1}{n+9}$ ($n \in \mathbb{N}$)
- c) $u_n = n^2 - 8n + 15$ ($n \in \mathbb{N}$) d) $u_n = 0,4^n$ ($n \in \mathbb{N}$)

Exercice 4 *(3 points)*

Suite à un héritage, Magalie place la somme de 30 000 euros à un taux fixe de 3 %.

On peut décrire cette situation à l'aide de la suite suivante :
$$\begin{cases} u_0 = 30000 \\ u_{n+1} = 1,03 \times u_n \end{cases}.$$

- 1) Compléter le programme python permettant de savoir quel sera le montant du placement au bout de 5 ans :

```

u = 30000
for i in .....
    u .....
print .....
```

- 2) Magalie souhaite savoir dans combien d'années son capital aura doublé. Compléter le programme python suivant permettant de répondre à cette question :

```

u = 30000
n = 0
while .....
    u .....
    n .....
print("le nombre d'années est",.....)
```

- 3) Question bonus : avec votre calculatrice, déterminer le nombre d'années recherché à la question précédente.

Auto-évaluation :

Contrôle de Mathématiques – CORRIGE – M. Quet

Exercice 1 On définit comme suit une suite (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 2u_n - 2n + 1 \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$ (3 points)

1) Calculer les premiers termes u_2, u_3 et u_4 en décrivant les calculs.

$$u_2 = u_{1+1} = 2u_1 - 2 \times 1 + 1 = 2 \times 5 - 2 + 1 = 9$$

$$u_3 = u_{2+1} = 2u_2 - 2 \times 2 + 1 = 2 \times 9 - 4 + 1 = 15$$

$$u_4 = u_{3+1} = 2u_3 - 2 \times 3 + 1 = 2 \times 15 - 6 + 1 = 25$$

2) Déterminer avec votre calculatrice la valeur exacte de u_{24} .

```
TYPE: SUITE(n)  SUITE(n+1)  SUITE(n+2)
nMin=1
\u(n+1)E2*u(n)-2*n+1
u(1)E5
```

```
CONFIG TABLE
DébutTb1=24
ΔTb1=1
```

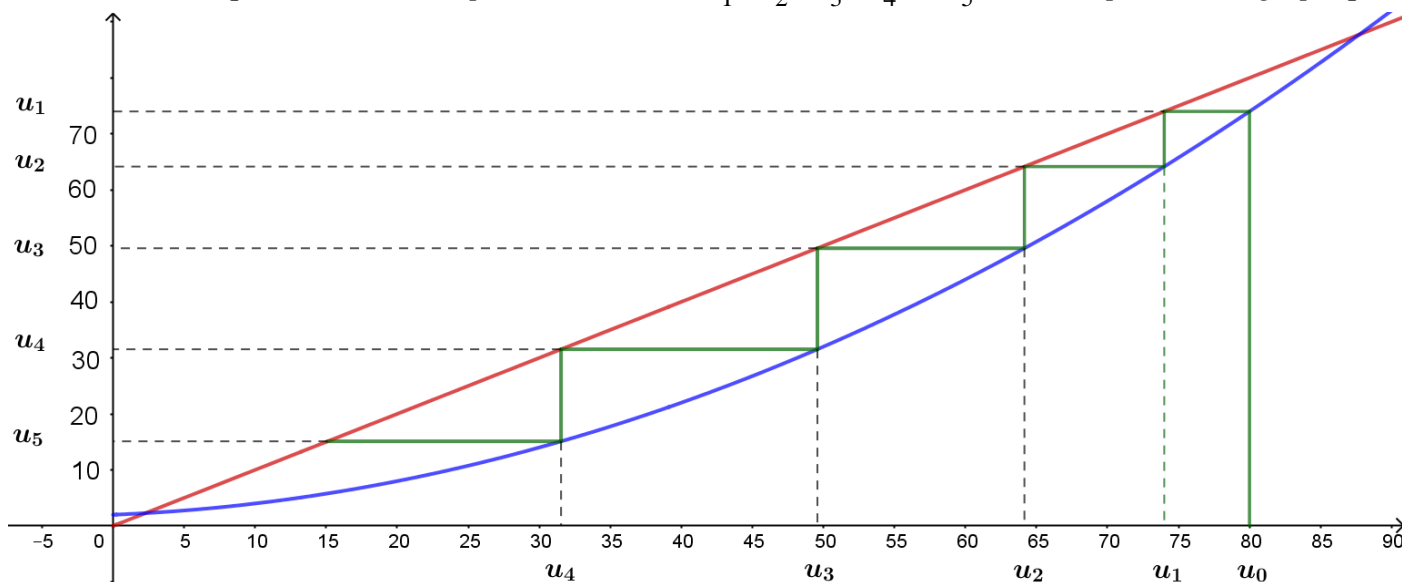
n	u
24	1.68E7
25	3.36E7
26	6.71E7
27	1.34E8
28	2.68E8
29	5.37E8
30	1.07E9
31	2.15E9
32	4.29E9
33	8.59E9
34	1.7E10

$u(24)=16777265$

Exercice 2 (6 points)

1) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 80 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

Vous indiquerez sur votre copie les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 obtenues par lecture graphique.

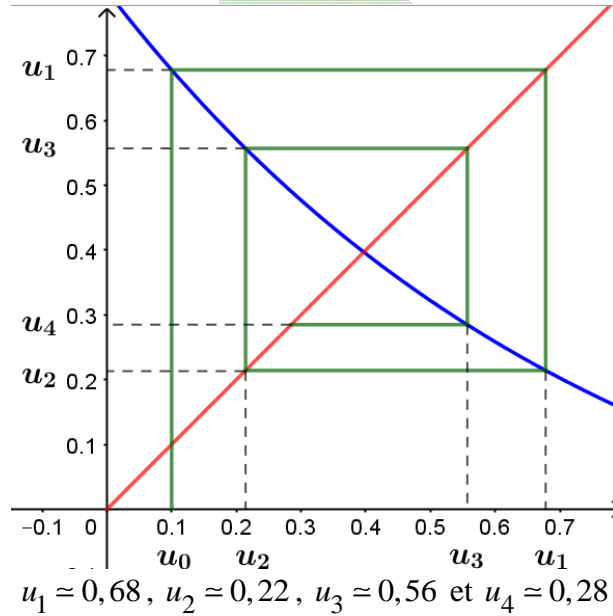


$u_1 \approx 74, u_2 \approx 64, u_3 \approx 49, u_4 \approx 32$ et $u_5 \approx 15$

2) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0,1 \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$

Construire avec précision la valeur des termes u_1 à u_4 (vous laisserez les traits de construction).

Vous indiquerez sur votre copie les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4 obtenues par lecture graphique.



Exercice 3 Etudier le sens de variation des suites (u_n) définies ci-dessous : (8 points)

a) $u_n = 2 - 5n$ ($n \in \mathbb{N}$) $\rightarrow u_{n+1} - u_n = (2 - 5(n+1)) - (2 - 5n) = 2 - 5n - 5 - 2 + 5n = -5$

Pour tout $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n < 0$: la suite (u_n) est décroissante.

b) $u_n = \frac{n-1}{n+9}$ ($n \in \mathbb{N}$) $\rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{(n+1)-1}{(n+1)+9}}{\frac{n-1}{n+9}} = \frac{\frac{n}{n+10}}{\frac{n-1}{n+9}} = \frac{n}{n+10} \times \frac{n+9}{n-1} = \frac{n^2 + 9n}{n^2 + 9n - 10}$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2 + 9n - 10 + 10}{n^2 + 9n - 10} = \frac{n^2 + 9n - 10}{n^2 + 9n - 10} + \frac{10}{n^2 + 9n - 10} = 1 + \frac{10}{(n+10)(n-1)}$$

Il faut étudier le signe de $(n+10)(n-1)$

$\rightarrow n \in \mathbb{N}$ donc $n \geq 0 \Leftrightarrow n+10 \geq 0+10 > 0$ et $n-1 > 0 \Leftrightarrow n > 1$

Si $n > 1 : \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ donc la suite positive (u_n) est croissante à partir du rang 2.

c) $u_n = n^2 - 8n + 15$ ($n \in \mathbb{N}$) \rightarrow la fonction associée est $f(x) = x^2 - 8x + 15$

\rightarrow sa dérivée est $f'(x) = 2x - 8$ et $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 8 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

La fonction associée est croissante pour $x > 4$, la suite (u_n) est croissante à partir du rang 5.

d) $u_n = 0,4^n$ ($n \in \mathbb{N}$) $\rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{0,4^{n+1}}{0,4^n} = \frac{0,4^n \times 0,4}{0,4^n} = 0,4$

La suite (u_n) est positive et $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$: la suite (u_n) est décroissante pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4 (3 points)

Suite à un héritage, Magalie place la somme de 30 000 euros à un taux fixe de 3 %.

On peut décrire cette situation à l'aide de la suite suivante :
$$\begin{cases} u_0 = 30000 \\ u_{n+1} = 1,03 \times u_n \end{cases}$$

1) Compléter le programme python permettant de savoir quel sera le montant du placement au bout de 5 ans :

`u = 30000`

```
for i in range(1,6) :  
    u = u * 1.03  
print (u)
```

- 2) Magalie souhaite savoir dans combien d'années son capital aura doublé. Compléter le programme python suivant permettant de répondre à cette question :

```
u = 30000  
n = 0  
while u < 60000 :  
    u *= 1.03  
    n += 1  
print("Le nombre d'années est", n )
```

- 3) Question bonus : avec votre calculatrice, déterminer le nombre d'années recherché à la question précédente.

Le nombre d'années est 24