

## Exercices sur les suites numériques – Algorithmes – 1ère

**Exercice 1** Dans une population on estime à 500 000 le nombre de personnes porteuses d'un virus V. Une campagne de prophylaxie permet de faire baisser chaque année de 8% le nombre de porteurs du virus. On appelle  $u_n$  le nombre de personnes porteuses du virus pour l'année n. On a ainsi  $u_0 = 500\,000$ .

- 1) Calculer  $u_1 ; u_2 ; u_3$ .
- 2) On donne la relation  $u_{n+1} = 0,92 \times u_n$ . En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de n.
- 3) On désire savoir au bout de combien d'années le nombre de porteurs du virus V sera inférieur à 100000 et pour cela on considère l'algorithme présenté ci-dessous :

Variables :	n est un nombre entier u est un nombre réel
Initialisation :	Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 500 000
Traitement :	Tant que $u > 100\,000$ Affecter à n la valeur $n+1$ Affecter à u la valeur $0,92 \times u$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

Écrire cet algorithme avec Algobox, le faire fonctionner et vérifier que la réponse est 20.

En utilisant l'expression de  $u_n$  obtenue à la question 2) calculer  $u_{19}$  et  $u_{20}$  et vérifier le résultat donné par cet algorithme.

- 4) En renforçant les mesures de prophylaxie, on peut espérer faire baisser chaque année le nombre de personnes porteuses du virus de 15% au lieu de 8%.  
Quelle modification doit-on apporter à l'algorithme de la question précédente et dans ces conditions au bout de combien d'années le nombre de porteurs du virus V sera-t-il inférieur à 100 000 ?

**Exercice 2** Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1000 de son entreprise. En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an. Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2% par an.

On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année  $(2000 + n)$  par une suite  $(U_n)$ .

On a donc  $U_0 = 120\,000$  et pour tout entier naturel n:  $U_{n+1} = 0,98 \times U_n$ .

Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90000 jouets par an.

Quelles doivent être les lignes 7 et 8 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que  $U_n < 90\,000$  ?

Variables :	A est un nombre réel n est un entier naturel
Initialisation :	Affecter à n la valeur 0 Affecter à A la valeur 120 000
Traitement :	Tant que $A \geq 90\,000$ Affecter à n la valeur ... ..... Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

**Exercice 3** Une entreprise, propose pour recruter un nouvel employé un salaire annuel de 21000 euros avec augmentation annuelle du salaire de 4% tous les ans.

On note  $s_n$  le salaire annuel pour l'année n. On a donc  $s_1 = 21\,000$

- 1) Calculer  $s_2$  et  $s_3$ .
- 2) Justifier que  $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 = 113\,743$  (arrondi à l'entier le plus proche).
- 3) Si un nouvel employé reste 20 ans dans l'entreprise, calculer la somme de ses salaires durant ces 20 ans. En déduire son salaire annuel moyen sur ces 20 ans.
- 4) Vérifier les résultats précédents en utilisant un tableur.

#### **Exercice 4**

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2500 inscriptions en 2013.

Elle estime que, chaque année, 80% des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.

On modélise cette situation par une suite numérique  $(a_n)$ .

On note  $a_0 = 2500$  le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2013 et  $a_n$  représente le nombre d'inscrits à la médiathèque pendant l'année  $(2013+n)$ .

On donne la relation  $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 400$ .

On propose l'algorithme suivant :

Variables :	A est un nombre réel N est un entier naturel
Initialisation :	Affecter à N la valeur 0 Affecter à A la valeur 2 500
Traitement :	Tant que $A - 2000 > 50$ A prend la valeur $A * 0,8 + 400$ N prend la valeur $N+1$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher N

- Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.
- À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme et interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.
- Écrire l'algorithme proposé avec Algobox et vérifier le résultat obtenu dans la question précédente.

#### **Exercice 5**

En 2005, année de sa création, un club de randonnée pédestre comportait 80 adhérents. Chacune des années suivantes on a constaté que :

- 10% des participants ne renouvelaient pas leur adhésion au club ;
- 20 nouvelles personnes s'inscrivaient au club.

On suppose que cette évolution reste la même au fil des ans.

#### **Partie A**

On donne l'algorithme ci-contre :

Entrée :	Saisir un entier n positif
Initialisation :	X prend la valeur 80
Traitement :	Pour i allant de 1 à n Affecter à X la valeur $0,9 * X + 20$ Fin Pour X prend la valeur de X arrondie à l'entier inférieur
Sortie :	Afficher X

- Pour la valeur  $n = 2$  saisie, quelle est la valeur affichée à la sortie de cet algorithme ?
- Interpréter dans le contexte du club de randonnée, pour la valeur  $n = 2$  saisie, le nombre affiché à la sortie de cet algorithme.