

Suites numériques et programmation en Python

Exercice 1 :

On considère la suite arithmétique définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$$

- 1) Réaliser un programme Python afin de calculer la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.
- 2) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $u_n \geq 55000$.
- 3) Réaliser un programme Python afin de déterminer la somme des termes $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ à partir de la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.
- 4) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $u_0 + u_1 + \dots + u_n \geq 1000000$.

Exercice 2 :

On considère la suite géométrique définie par :
$$\begin{cases} v_0 = 7 \\ v_{n+1} = v_n \times 2 \end{cases}$$

- 1) Réaliser un programme Python afin de calculer la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.
- 2) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $v_n \geq 83000$.
- 3) Réaliser un programme Python afin de déterminer la somme des termes $v_0 + v_1 + \dots + v_n$ à partir de la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.
- 4) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $v_0 + v_1 + \dots + v_n \geq 1234567$.

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

Exercice 1 :

On considère la suite arithmétique définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$$

1) Réaliser un programme Python afin de calculer la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.

```
def valeur_suite(n):
```

```
    u = 2
```

```
    for i in range(1,n+1):
```

```
        u += 4    # u=u+4
```

```
    return u
```

```
n = int(input("Veuillez saisir le rang désiré : "))
```

```
valeur = valeur_suite(n)
```

```
print("Le rang de la suite est : ",valeur)
```

→si $n = 20$, le programme renvoie : Le rang de la suite est : 82

Le corps du programme principal est écrit dans les lignes 7 à 9 :

Ligne 7 : la variable n va recevoir la valeur saisie par l'utilisateur qui sera un entier

→ la commande **int** en abrégiation du mot integer,

→ la commande **input** demande à l'utilisateur de saisir une valeur

Ligne 8 : la variable 'valeur' va recevoir la réponse de la fonction appelée 'valeur_suite'

→ on envoie le paramètre n en appelant cette fonction

Ligne 9 : la commande '**print**' affiche le résultat

La fonction appelée valeur_suite reçoit en paramètre la valeur saisie par l'utilisateur

Ligne 1 : la commande **def** annonce la fonction qui reçoit un paramètre et se termine par « : »

Ligne 2 : le décalage s'appelle une indentation.

→ On initialise la variable locale u à la valeur initiale 2.

Ligne 3 : Avec la boucle de répétition for, on va calculer successivement tous les termes de la suite et stocker la réponse dans la variable u .

Ligne 4 : la commande += signifie que l'on va ajouter 4 à son ancienne valeur

Ligne 5 : La commande return renvoie la réponse au programme principal, ce qui est préférable à la commande print qui afficherait directement la réponse mais ne permettrait pas de la manipuler dans le programme principal.

2) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $u_n \geq 55000$.

```
def seuil_suite(n):
```

```
    u = 2
```

```
    i = 0
```

```
    while u < n:
```

```
        u += 4
```

```
        i += 1
```

```
    return i
```

```
M = int(input("Veuillez saisir la valeur à atteindre : "))
```

```
rang = seuil_suite(M)
```

```
print("Le rang à partir duquel la suite dépasse la valeur",M, "est",rang)
```

→si $M = 5$, le programme renvoie : Le rang à partir duquel la suite dépasse la valeur 20 est 5

→si $M = 55000$ → Le rang à partir duquel la suite dépasse la valeur 55000 est 13750

Explications sur la fonction utilisée :

Dans la fonction appelée, on utilise une boucle tant_que (while)

→ la variable i ne va pas augmenter toute seule avec une boucle while, il faut donc l'initialiser puis gérer son augmentation à chaque pas de la boucle avec : $i+=1$

- 3) Réaliser un programme Python afin de déterminer la somme des termes $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ à partir de la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.

```
def somme_suite(n):
    u = 2
    S = 2
    for i in range(1,n+1):
        u += 4
        S += u
    return S

n = int(input("Veuillez saisir le rang de la somme des termes : "))
somme = somme_suite(n)
print("La somme des termes est ",somme)
```

Dans la fonction, on initialise le premier terme u à 2 et la somme S à calculer à 2.

Dans la boucle for, on calcule chaque terme de la suite u que l'on ajoute ensuite à la somme S .

→ si $n = 3$, le programme renvoie : La somme des termes est 32, car $(2 + 6 + 10 + 14 = 32)$

- 4) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $u_0 + u_1 + \dots + u_n \geq 1000000$.

```
def seuil_somme_suite(n):
    u = 2
    S = 2
    I = 0
    while S < n:
        i += 1
        u += 4
        S += u
        #print("i=",i,"u=",u,"S=",S)
    return i

M = int(input("Veuillez saisir le seuil de la somme des termes à atteindre : "))
seuil = seuil_somme_suite(M)
print("La somme des termes dépasse la valeur",M,"à partir du rang",seuil)
```

La commande `print("i=",i,"u=",u,"S=",S)` est facultative, elle permet de mieux comprendre le fonctionnement du programme, puis on peut la retirer.

→ si on saisit $M = 20$, on obtient :

```
i= 1 u= 6 S= 8
i= 2 u= 10 S= 18
i= 3 u= 14 S= 32
```

La somme des termes dépasse la valeur 20 à partir du rang 3

→ si on saisit $M = 1000000$ tout en retirant la ligne `print("i=",i,"u=",u,"S=",S)`, on obtient :

La somme des termes dépasse la valeur 1000000 à partir du rang 707.

Exercice 2 :

On considère la suite géométrique définie par :
$$\begin{cases} v_0 = 7 \\ v_{n+1} = v_n \times 2 \end{cases}$$

- 1) Réaliser un programme Python afin de calculer la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.

```
def valeur_suite(n):
    v = 7
    for i in range(1,n+1):
        v*=2 # v=v*2
    return v
```

```
n = int(input("Veuillez saisir le rang désiré : "))
valeur = valeur_suite(n)
print("Le rang de la suite est : ",valeur)
```

→ si $n = 5$, le programme renvoie : Le rang de la suite est : 224

- 2) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $v_n \geq 83000$.

```
def seuil_suite(n):
    v = 7
    i = 0
    while v < n:
        v *= 2
        i += 1
    return i
```

```
M = int(input("Veuillez saisir la valeur à atteindre : "))
rang = seuil_suite(M)
print("Le rang à partir duquel la suite dépasse la valeur",M, "est",rang)
```

→ si $M = 5$, le programme renvoie : Le rang à partir duquel la suite dépasse la valeur 100 est 4

- 3) Réaliser un programme Python afin de déterminer la somme des termes $v_0 + v_1 + \dots + v_n$ à partir de la valeur d'un rang n saisi par l'utilisateur.

```
def somme_suite(n):
    v = 7
    S = 7
    for i in range(1,n+1):
        v *= 2
        S += v
    return S
```

```
n = int(input("Veuillez saisir le rang de la somme des termes : "))
somme = somme_suite(n)
print("La somme des termes est ",somme)
```

→ si $n = 3$, le programme renvoie : La somme des termes est 105 , car $(7 + 14 + 28 + 56 = 105)$

→ si $n = 100$: La somme des termes est 17747108403195211620953844875257

- 4) Réaliser un programme Python afin de déterminer à partir de quel rang $v_0 + v_1 + \dots + v_n \geq 1234567$.

```
def seuil_somme_suite(n):
    v = 7
    S = 2
    i = 0
    while S < n:
        i += 1
        v *= 2
        S += v
        print("i=",i,"v=",v,"S=",S)
    return i
```

```
M = int(input("Veuillez saisir le seuil de la somme des termes à atteindre : "))
seuil = seuil_somme_suite(M)
print("La somme des termes dépasse la valeur",M,"à partir du rang",seuil)
```

→ si $M = 3$, le programme renvoie : $i = 1 \ v = 14 \ S = 16$

$i = 2 \ v = 28 \ S = 44$

$i = 3 \ v = 56 \ S = 100$

La somme des termes dépasse la valeur 100 à partir du rang 3

→ si $M = 1234567$: La somme des termes dépasse la valeur 1234567 à partir du rang 17