Exercice 2B

1. Déterminer l'équation de la droite (AB) sachant que $A(2;9)$ et $B(-1;3)$
2. Déterminer l'équation de la droite (CD) sachant que $C\ (3;1)$ et $D\ (-2;6)$
3. Déterminer l'équation de la droite (MN) sachant que $M\ (4;-1)$ et $N\ (8;7)$
4. Déterminer l'équation de la droite (SR) sachant que $S\ (-3;2)$ et $R\ (-6;3)$
5. Déterminer l'équation de la droite (GZ) sachant que $G\left(\frac{2}{3};-\frac{7}{15}\right)$ et $Z\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{4}\right)$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

Exercice 2B

1. *Déterminer l'équation de la droite* (AB) *sachant que* $A(2;9)$ *et* $B(-1;3)$

Première méthode : équation réduite

L'équation de la droite (AB) est de la forme $y=ax+b$ avec :

$$a=\frac{y_{\mathrm{B}}-y_{\mathrm{A}}}{x_{\mathrm{B}}-x_{\mathrm{A}}}=\frac{3-9}{-1-2}=\frac{-6}{-3}=2.$$

L'équation cherchée devient : $y=2x+b$

Or le point A appartient à la droite (AB) donc :

$$y_{\mathrm{A}}=2x_{\mathrm{A}}+b \iff 3=2\times(-1)+b \iff 3=-2+b \iff 3+2=b \iff b=5$$

Ainsi l'équation réduite de la droite (AB) est $y=2x+5$.

Deuxième méthode : équation cartésienne

Soit $\mathrm{M}(x;y)$ un point de cette droite (AB) :

$\rightarrow$les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AM}}\begin{vmatrix}x-2\\y-9\end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{vmatrix}-1-2\\3-9\end{vmatrix}$ soit $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{vmatrix}-3\\-6\end{vmatrix}$ sont colinéaires :

$$\det\left(\overrightarrow{\mathrm{AM}},\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right)=0 \iff \begin{vmatrix}x-2 & -3\\y-9 & -6\end{vmatrix}=0 \iff -6(x-2)-(-3)(y-9)=0$$

$$\iff -6x+12+3y-27=0 \iff -6x+3y-15=0 \iff 2x-y+5=0$$

Ainsi l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $2x-y+5=0$.

2. *Déterminer l'équation de la droite* (CD) *sachant que* $C\ (3;1)$ *et* $D\ (-2;6)$

Première méthode : équation réduite

L'équation de la droite (CD) est de la forme $y=ax+b$ avec :

$$a=\frac{y_{\mathrm{D}}-y_{\mathrm{C}}}{x_{\mathrm{D}}-x_{\mathrm{C}}}=\frac{6-1}{-2-3}=\frac{5}{-5}=-1.$$

L'équation cherchée devient : $y=-x+b$

Or le point C appartient à la droite (CD) donc :

$$y_{\mathrm{C}}=-x_{\mathrm{C}}+b \iff 1=-3+b \iff 1+3=b \iff b=4$$

Ainsi l'équation réduite de la droite (CD) est $y=-x+4$.

Deuxième méthode : équation cartésienne

Soit $\mathrm{M}(x;y)$ un point de cette droite (CD) :

$\rightarrow$les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{CM}}\begin{vmatrix}x-3\\y-1\end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CD}}\begin{vmatrix}6-3\\-2-1\end{vmatrix}$ soit $\overrightarrow{\mathrm{CD}}\begin{vmatrix}3\\-3\end{vmatrix}$ sont colinéaires :

$$\det\left(\overrightarrow{\mathrm{CM}},\overrightarrow{\mathrm{CD}}\right)=0 \iff \begin{vmatrix}x-3 & 3\\y-1 & -3\end{vmatrix}=0 \iff -3(x-3)-3(y-1)=0$$

$$\iff -3x+9-3y+3=0 \iff -3x-3y+12=0 \iff x+y-4=0$$

Ainsi l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $x+y-4=0$.

3. *Déterminer l'équation de la droite* (MN) *sachant que* $M\ (4;-1)$ *et* $N\ (8;7)$.

Première méthode : équation réduite

L'équation de la droite (MN) est de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{7 - (-1)}{8 - 4} = \frac{8}{4} = 2.$$

L'équation cherchée devient : $y = 2x + b$

Or le point M appartient à la droite (MN) donc :

$$y_M = 2x_M + b \Leftrightarrow -1 = 2 \times 4 + b \Leftrightarrow -1 = 8 + b \Leftrightarrow -1 - 8 = b \Leftrightarrow b = -9$$

Ainsi l'équation de la droite (MN) est $y = 2x - 9$.

Deuxième méthode : équation cartésienne

Soit $P(x; y)$ un point de cette droite (MN) :

→les vecteurs $\overrightarrow{MP}\begin{vmatrix} x-4 \\ y+1 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{MN}\begin{vmatrix} 8-4 \\ 7-(-1) \end{vmatrix}$ soit $\overrightarrow{MN}\begin{vmatrix} 4 \\ 8 \end{vmatrix}$ sont colinéaires :

$$\det\left(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MN}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-4 & 4 \\ y+1 & 8 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 8(x-4) - 4(y+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x - 32 - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow 8x - 4y - 36 = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 9 = 0$$

Ainsi l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $2x - y - 9 = 0$.

4. *Déterminer l'équation de la droite (SR) sachant que $S\ (-3; 2)$ et $R\ (-6; 3)$*

Première méthode : équation réduite

L'équation de la droite (SR) est de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_R - y_S}{x_R - x_S} = \frac{3 - 2}{-6 - (-3)} = \frac{1}{-6 + 3} = -\frac{1}{3}.$$

L'équation cherchée devient : $y = -\frac{1}{3}x + b$

Or le point S appartient à la droite (SR) donc :

$$y_S = -\frac{1}{3}x_S + b \Leftrightarrow 2 = -\frac{1}{3} \times (-3) + b \Leftrightarrow 2 = 1 + b \Leftrightarrow 2 - 1 = b \Leftrightarrow b = 1$$

Ainsi l'équation de la droite (SR) est $y = -\frac{1}{3}x + 1$.

Deuxième méthode : équation cartésienne

Soit $M(x; y)$ un point de cette droite (SR) :

→les vecteurs $\overrightarrow{SM}\begin{vmatrix} x+3 \\ y-2 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{SR}\begin{vmatrix} -6-(-3) \\ 3-2 \end{vmatrix}$ soit $\overrightarrow{SR}\begin{vmatrix} -3 \\ 1 \end{vmatrix}$ sont colinéaires :

$$\det\left(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{SR}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+3 & -3 \\ y-2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 1(x+3) - (-3)(y-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 + 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 3 = 0$$

Ainsi l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $x + 3y - 3 = 0$.

5. *Déterminer l'équation de la droite (GZ) sachant que $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{7}{15}\right)$ et $Z\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right)$*

Première méthode : équation réduite

L'équation de la droite (GZ) est de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a=\frac{y_Z-y_G}{x_Z-x_G}=\frac{-\frac{3}{4}-\left(-\frac{7}{15}\right)}{-\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}=\frac{-\frac{3\times 15}{4\times 15}+\frac{7\times 4}{15\times 4}}{-\frac{3\times 3}{4\times 3}-\frac{2\times 4}{3\times 4}}=\frac{-\frac{45}{60}+\frac{28}{60}}{-\frac{9}{12}-\frac{8}{12}}=\frac{-\frac{17}{60}}{-\frac{17}{12}}=-\frac{17}{60}\times\left(-\frac{12}{17}\right)=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}.$$

L'équation cherchée devient : $y=\frac{1}{5}x+b$

Or le point Z appartient à la droite (GZ) donc :

$$y_Z=\frac{1}{5}x_Z+b \Leftrightarrow -\frac{3}{4}=\frac{1}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)+b \Leftrightarrow -\frac{3}{4}=-\frac{3}{20}+b \Leftrightarrow -\frac{3}{4}+\frac{3}{20}=b$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3\times 5}{4\times 5}+\frac{3}{20}=b \Leftrightarrow -\frac{15}{20}+\frac{3}{20}=b \Leftrightarrow -\frac{12}{20}=b \Leftrightarrow b=-\frac{3}{5}$$

Ainsi l'équation de la droite (GZ) est $y=\frac{1}{5}x-\frac{3}{5}$.

Deuxième méthode : équation cartésienne

Soit $\mathrm{M}(x;y)$ un point de cette droite (GZ) :

→les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{GM}}\left|\begin{array}{l}x-\frac{2}{3}\\ y+\frac{7}{15}\end{array}\right.$ et $\overrightarrow{\mathrm{GZ}}\left|\begin{array}{l}-\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\\ -\frac{3}{4}+\frac{7}{15}\end{array}\right.$ soit $\overrightarrow{\mathrm{GZ}}\left|\begin{array}{l}-\frac{9}{12}-\frac{8}{12}\\ -\frac{45}{60}+\frac{28}{60}\end{array}\right.$ soit $\overrightarrow{\mathrm{GZ}}\left|\begin{array}{l}-\frac{17}{12}\\ -\frac{17}{60}\end{array}\right.$ sont colinéaires :

$$\det\left(\overrightarrow{\mathrm{GM}},\overrightarrow{\mathrm{GZ}}\right)=0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix}x-\frac{2}{3} & -\frac{17}{12}\\ y+\frac{7}{15} & -\frac{17}{60}\end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow -\frac{17}{60}\left(x-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{17}{12}\right)\left(y+\frac{7}{15}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{17}{60}x+\frac{17}{90}+\frac{17}{12}y+\frac{119}{180}=0 \Leftrightarrow -\frac{17}{60}x+\frac{17}{12}y+\frac{34}{180}+\frac{119}{180}=0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{17}{60}x+\frac{17}{12}y+\frac{153}{180}=0 \Leftrightarrow \left(-\frac{17}{60}x+\frac{17}{12}y+\frac{153}{180}\right)\times 180=0\times 180$$

$$\Leftrightarrow -51x+255y+153=0 \Leftrightarrow -17x+85y+51=0 \Leftrightarrow -x+5y+3=0$$

Ainsi l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $-x+5y+3=0$.