RAPPEL $\left(e^{x}\right)' = e^{x}$ $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)e^{u(x)}$

EXERCICE 3A.1

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes, dérivables sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x) = 2e^{x} - x$	**b.** $f(x) = x^{2}e^{x}$	**c.** $f(x) = xe^{x} - x$
d. $f(x) = \dfrac{e^{x}}{x}$	**e.** $f(x) = \left(x - 3e^{x}\right)^{2}$	**f.** $f(x) = \left(e^{x}\right)^{2}$
g. $f(x) = \dfrac{x}{e^{x}}$	**h.** $f(x) = \dfrac{e^{x} - 1}{2e^{x} - 1}$	**i.** $f(x) = \dfrac{3e^{x} + 1}{1 - x^{2}}$

EXERCICE 3A.2

Dans chaque cas, déterminer la dérivée de la fonction *f* définie et dérivable sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x) = e^{4x+5}$ **b.** $f(x) = e^{3-2x}$ **c.** $f(x) = -5e^{-3-8x}$

d. $f(x) = 10x^{2} - 8x + 5e^{3-7x}$ **e.** $f(x) = \left(3 - 2x^{2}\right)e^{2+4x}$ **f.** $f(x) = \dfrac{e^{2-5x}}{5x^{2} + x - 2}$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

EXERCICE 3A.1

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes, dérivables sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x)=2e^x-x$ $f'(x)=2e^x-1$	**b.** $f(x)=x^2e^x$ $f'(x)=2x\times e^x+x^2e^x$ $f'(x)=xe^x(2+x)$	**c.** $f(x)=xe^x-x$ on pose : $u(x)=x$ et $v(x)=e^x$ $u'(x)=1$ et $v'(x)=e^x$ $f'(x)=e^x+xe^x-1$ $f'(x)=e^x\times 1+e^x\times x-1$ $f'(x)=e^x(1+x)-1$
d. $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ $f'(x)=\dfrac{e^x\times x-e^x\times 1}{x^2}$ $f'(x)=\dfrac{e^x(x-1)}{x^2}$	**e.** $f(x)=\left(x-3e^x\right)^2$ $f'(x)=2\left(x-3e^x\right)\left(1-3e^x\right)$	**f.** $f(x)=\left(e^x\right)^2$ $f'(x)=2e^x\times e^x$ $f'(x)=2e^{2x}$
g. $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$ $f'(x)=\dfrac{e^x-xe^x}{\left(e^x\right)^2}$ $f'(x)=\dfrac{e^x(1-x)}{e^x\times e^x}$ $f'(x)=\dfrac{(1-x)}{e^x}$	**h.** $f(x)=\dfrac{e^x-1}{2e^x-1}$ $f'(x)=\dfrac{e^x\left(2e^x-1\right)-\left(e^x-1\right)\times 2e^x}{\left(2e^x-1\right)^2}$ $f'(x)=\dfrac{2e^{2x}-e^x-2e^{2x}+2e^x}{\left(2e^x-1\right)^2}$ $f'(x)=\dfrac{e^x}{\left(2e^x-1\right)^2}$	**i.** $f(x)=\dfrac{3e^x+1}{1-x^2}$ soit : $u(x)=3e^x+1$ et $v(x)=1-x^2$ $u'(x)=3e^x$ et $v'(x)=-2x$ $f'(x)=\dfrac{3e^x\times\left(1-x^2\right)-\left(3e^x+1\right)\times(-2x)}{\left(1-x^2\right)^2}$ $f'(x)=\dfrac{e^x\times\left(3-3x^2\right)+6xe^x+2x}{\left(1-x^2\right)^2}$ $f'(x)=\dfrac{e^x\times\left(-3x^2+6x+3\right)+2x}{\left(1-x^2\right)^2}$

EXERCICE 3A.2

Dans chaque cas, déterminer la dérivée de la fonction *f* définie et dérivable sur $\mathbb{R}$:

$f(x)=e^{4x+5}$ $f'(x)=4e^{4x+5}$	$f(x)=e^{3-2x}$ $f'(x)=-2e^{3-2x}$
$f(x)=-5e^{-3-8x}$ $f'(x)=-5\times(-8)e^{-3-8x}$ $f'(x)=40e^{-3-8x}$	$f(x)=10x^2-8x+5e^{3-7x}$ $f'(x)=10\times 2x-8+5\times(-7)e^{3-7x}$ $f'(x)=20x-8-35e^{3-7x}$

e. $f(x)=\left(3-2x^2\right)e^{2+4x}$

On pose : $u(x)=3-2x^2$ et $v(x)=e^{2+4x}$

$u'(x)=-4x$ et $v'(x)=4e^{2+4x}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-4x)e^{2+4x}+\left(3-2x^2\right)\times 4e^{2+4x} \\ &= (-4x)e^{2+4x}+\left(12-8x^2\right)e^{2+4x} \\ &= \left(12-4x-8x^2\right)e^{2+4x} \\ &= 4\left(-2x^2-x+3\right)e^{2+4x} \end{aligned}$$

f. $f(x)=\dfrac{e^{2-5x}}{5x^2+x-2}$

On pose : $u(x)=e^{2-5x}$ et $v(x)=5x^2+x-2$

$u'(x)=-5e^{2-5x}$ et $v'(x)=10x+1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-5e^{2-5x}\times\left(5x^2+x-2\right)-e^{2-5x}(10x-1)}{\left(5x^2+x-2\right)^2} \\ &= \frac{e^{2-5x}\times\left(-25x^2-5x+10\right)-e^{2-5x}(10x-1)}{\left(5x^2+x-2\right)^2} \\ &= \frac{e^{2-5x}\times\left(-25x^2-15x+11\right)}{\left(5x^2+x-2\right)^2} \end{aligned}$$