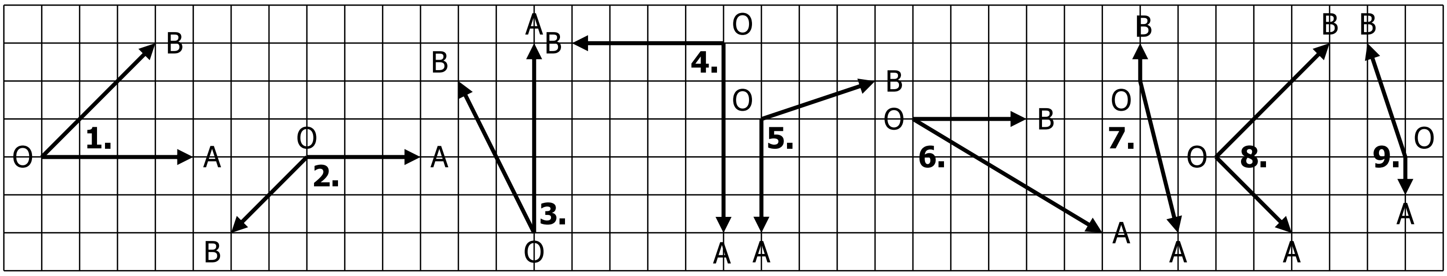
EXERCICE 2C.1

a. Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ (l'unité de longueur est le carreau) en utilisant la formule :

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \begin{cases} OA \times OH \text{ si } \overrightarrow{OA} \text{ et } \overrightarrow{OH} \text{ sont de même sens} \\ -OA \times OH \text{ si } \overrightarrow{OA} \text{ et } \overrightarrow{OH} \text{ sont de sens contraire} \end{cases}$$

où $\overrightarrow{OH}$ est le projeté orthogonal de $\overrightarrow{OB}$ sur (OA).



1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

b. Soit ABC un triangle isocèle en C tel que AC = BC = 6 et AB = 4.

Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

EXERCICE 2C.2

Déterminer $\vec{u}\cdot\vec{v}$ en utilisant la formule : $\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy'$ avec $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\vec{u}\cdot\vec{v} =$	$\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ $\vec{u}\cdot\vec{v} =$	$\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{u}\cdot\vec{v} =$	$\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ -0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{u}\cdot\vec{v} =$

EXERCICE 2C.3

On considère les points $A(-1;1)$, $B(3;0)$ et $C(4;-1)$.

Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

EXERCICE 2C.4

On considère les points $A(3;1)$, $B(-1;5)$ et $C(-2;3)$.

a. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b. Calculer AB et AC.

c. Calculer de deux façons le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, puis en déduire $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ puis une valeur approchée de BAC.

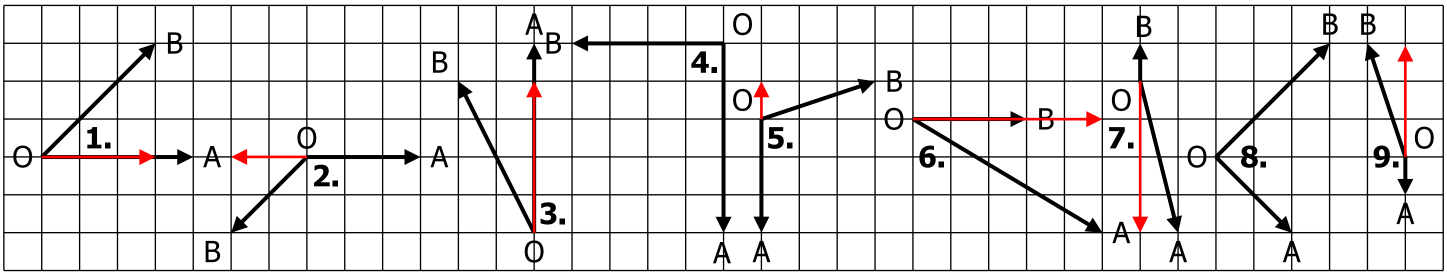
CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - CORRIGE

EXERCICE 2C.1

a. Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ (l'unité de longueur est le carreau) en utilisant la formule :

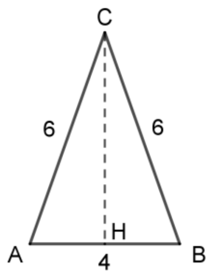
$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \begin{cases} OA \times OH \text{ si } \overrightarrow{OA} \text{ et } \overrightarrow{OH} \text{ sont de même sens} \\ -OA \times OH \text{ si } \overrightarrow{OA} \text{ et } \overrightarrow{OH} \text{ sont de sens contraire} \end{cases}$$

où $\overrightarrow{OH}$ est le projeté orthogonal de $\overrightarrow{OB}$ sur (OA).



1. $4\times3=12$	**2.** $-3\times2=-6$	**3.** $5\times4=20$	**4.** 0	**5.** $-3\times1=-3$	**6.** $3\times5=15$	**7.** $-4\times1=-4$	**8.** 0	**9.** $-3\times1=-3$

b. Soit ABC un triangle isocèle en C tel que AC = BC = 6 et AB = 4. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$



Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi la médiane.

Donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}=4\times2=8$

Ou :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-\left\|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right\|^2\right)=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\right\|^2\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-CB^2\right)=\frac{1}{2}(16+36-36)=8$$

EXERCICE 2C.2

Déterminer $\vec{u}.\vec{v}$ en utilisant la formule : $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$ avec $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ $\vec{u}.\vec{v}=2\times3+(-1)\times6$ $=6-6=0$	$\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$ $\vec{u}.\vec{v}=4\times3+(-1)\times(-5)$ $=12+5=17$	$\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ $\vec{u}.\vec{v}=-1\times3+\frac{1}{2}\times2$ $=-3+1=-2$	$\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\-0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ $\vec{u}.\vec{v}=-1\times(-3)+0\times1$ $=3$

EXERCICE 2C.3

On considère les points $A(-1;1)$, $B(3;0)$ et $C(4;-1)$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et celles de $\overrightarrow{AC}$ sont $\begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$.

Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à : $4\times5+(-1)\times(-2)=20+2=22$.

EXERCICE 2C.4

On considère les points $A(3;1)$, $B(-1;5)$ et $C(-2;3)$.

a. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$ et celles de $\overrightarrow{AC}$ sont $\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$.

b. $AB = \sqrt{(-4)^2 + 4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ et $AC = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$.

c. Calculer de deux façons le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, puis en déduire $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ puis une valeur approchée de $\widehat{BAC}$.

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = (-4)\times(-5) + 4\times 2 = 20 + 8 = 28$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = 4\sqrt{2}\times\sqrt{29}\times\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = 4\sqrt{58}\times\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$$

Par identification :

$$4\sqrt{58}\times\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = 28 \Leftrightarrow \cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \frac{28}{4\sqrt{58}} \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{58}}\right) \simeq 0,405 \text{ rad.}$$