

### Exercice 1C.1

1) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{1}{4}$  et  $p(A \cap B) = \frac{1}{10}$ .

Calculer  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$ .

2) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{1}{3}$  et  $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$ .

Calculer  $p(A \cap B)$ ,  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$ .

3) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{3}$ ,  $p_A(B) = \frac{1}{4}$  et  $p_{\bar{A}}(B) = \frac{1}{2}$ .

Calculer  $p(B)$ .

4) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{3}{4}$  et  $p(A \cap B) = \frac{2}{5}$ .

a) Calculer  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$ .

b) Calculer  $p(\bar{A} \cap \bar{B})$ . En déduire  $p_{\bar{A}}(\bar{B})$ .

### Exercice 1C.2

À la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que :

- 65% de la population concernée est contre la construction de ce barrage et parmi ces opposants, 70% sont des écologistes ;
- parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes.

On interroge une personne au hasard.

- 1) Écrire les probabilités correspondantes aux données puis construire un arbre pondéré.
- 2) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit opposée au barrage et soit écologiste.
- 3) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée ne soit pas opposée et soit écologiste.
- 4) En déduire la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste.

### Exercice 1C.3

Un tiroir  $T_1$  contient cinq pièces d'or et cinq pièces d'argent, un tiroir  $T_2$  en contient quatre d'or et six d'argent. On choisit au hasard l'un des tiroirs et dans ce tiroir, on prend une pièce au hasard.

- 1) Construire l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
- 2) Calculer la probabilité de prendre une pièce d'or
  - du tiroir  $T_1$  ;      • du tiroir  $T_2$ .
- 3) Calculez la probabilité de prendre une pièce d'or.
- 4) On a extrait une pièce d'or. Quelle est alors la probabilité qu'elle provienne du tiroir  $T_1$  ? Pouvait-on le prévoir ?

### Exercice 1C.4

Le personnel d'un hôpital est réparti en trois catégories : M (médecins), S (soignants non médecins) et AT (personnel administratif ou technique).

- 12% sont des médecins et 71% des soignants.
- 67% des médecins sont des hommes et 92% des soignants sont des femmes.

On interroge au hasard un membre du personnel

- 1) Écrire les probabilités correspondantes aux données puis construire un arbre pondéré.
- 2) Quelle est la probabilité que la personne interrogée soit une femme soignante ? une femme médecin ?
- 3) On sait que 80% du personnel est féminin.
  - a) Calculer la probabilité que la personne interrogée soit une femme AT.
  - b) En déduire la probabilité que la personne interrogée soit une femme sachant que cette personne interrogée est AT.

### **Exercice 1C.5**

Un lot de cent dés contient vingt dés pipés. Pour un tel dé, la probabilité d'apparition du 6 est égale à  $\frac{1}{2}$ . Les autres dés sont parfaits.

- 1) On prend au hasard un dé, on le lance. Calculer la probabilité de l'événement S «on obtient 6 ».
- 2) On prend au hasard un dé, on le lance, on obtient 6. Calculer la probabilité que le dé soit pipé.

### **Exercice 1C.6**

Une étude épidémiologique concernant une certaine maladie a été faite dans des familles ayant deux enfants de moins de dix ans : une fille et un garçon. On a constaté que 20 % des filles et 50 % des garçons sont touchés par la maladie. Par ailleurs, dans les familles dont la fille est malade, le garçon l'est aussi dans 70 % des cas. On notera :

- F l'événement « la fille de la famille est atteinte par la maladie » ;
- G l'événement « le garçon de la famille est atteint par la maladie. »

On choisit au hasard une famille ayant fait l'objet de cette étude. Quelle est la probabilité que :

- 1) A « les deux enfants soient atteints par la maladie » ;
- 2) B « au moins l'un des deux enfants soit atteint » ;
- 3) C « aucun des deux enfants ne soit atteint » ;
- 4) D « la fille soit atteinte sachant que le garçon l'est » ;
- 5) E « la fille soit atteinte sachant que le garçon n'est pas atteint. »
- 6) H « le garçon soit atteint sachant que la fille n'est pas atteinte. »

**Exercice 1C.1**

- 1) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{1}{4}$  et  $p(A \cap B) = \frac{1}{10}$ . Calculer  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$ .

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{10} \times 2 = \frac{1}{5}$$

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{10} \times 4 = \frac{2}{5}$$

- 2) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{1}{3}$  et  $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$ . Calculer  $p(A \cap B)$ ,  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$$

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2}$$

- 3) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{3}$ ,  $p_A(B) = \frac{1}{4}$  et  $p_{\bar{A}}(B) = \frac{1}{2}$ . Calculer  $p(B)$ .

A et  $\bar{A}$  forment une partition de l'univers, d'après la loi des probabilités totales :

$$p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) = p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}.$$

- 4) A et B sont tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$ ,  $p(B) = \frac{3}{4}$  et  $p(A \cap B) = \frac{2}{5}$ .

- a) Calculer  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$ .

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5} \quad \text{et} \quad p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}.$$

- b) Calculer  $p(\bar{A} \cap \bar{B})$ . En déduire  $p_{\bar{A}}(\bar{B})$ .

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)]$$

$$= 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{20}{20} - \frac{10}{20} - \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{3}{20}$$

$$p_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{B})}{p(\bar{A})} = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{B})}{1 - p(A)} = \frac{\frac{3}{20}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{20} \times 2 = \frac{3}{10}.$$

**Exercice 1C.2**

À la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que :

- 65% de la population concernée est contre la construction de ce barrage et parmi ces opposants, 70% sont des écologistes ;
- parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes.

On interroge une personne au hasard.

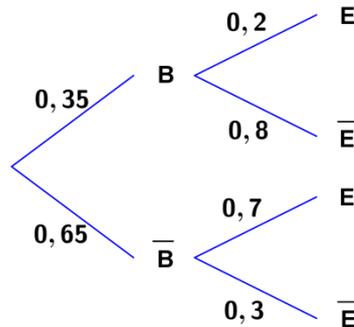
- 1) Écrire les probabilités correspondantes aux données puis construire un arbre pondéré.

On note les évènements suivants :

B : « La personne est pour le barrage » ;

E : « La personne est écologiste ».

$$p(\bar{B}) = 0,65 \quad , \quad p_{\bar{B}}(E) = 0,7 \quad \text{et} \quad p_B(E) = 0,2$$



- 2) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit opposée au barrage et soit écologiste.

$$p(\bar{B} \cap E) = p_{\bar{B}}(E) \times p(\bar{B}) = 0,7 \times 0,65 = 0,455$$

- 3) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée ne soit pas opposée au barrage et soit écologiste

$$p(B \cap E) = p_B(E) \times p(B) = 0,2 \times 0,35 = 0,07$$

- 4) En déduire la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste.

Les évènements B et  $\bar{B}$  forment une partition de l'univers.

D'après la loi des probabilités totales :

$$p(E) = p(B \cap E) + p(\bar{B} \cap E) = 0,07 + 0,455 = 0,525$$

### Exercice 1C.3

Un tiroir  $T_1$  contient cinq pièces d'or et cinq pièces d'argent, un tiroir  $T_2$  en contient quatre d'or et six d'argent. On choisit au hasard l'un des tiroirs et dans ce tiroir, on prend une pièce au hasard.

- 1) Construire l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.

Soit O l'évènement « on choisit une pièce d'or ».

L'arbre est ci-contre :

- 2) Calculer la probabilité de prendre une pièce d'or

- du tiroir  $T_1$  : d'après l'énoncé :  $p_{T_1}(O) = \frac{1}{2}$
- du tiroir  $T_2$  : d'après l'énoncé :  $p_{T_2}(O) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ .

- 3) Calculez la probabilité de prendre une pièce d'or.

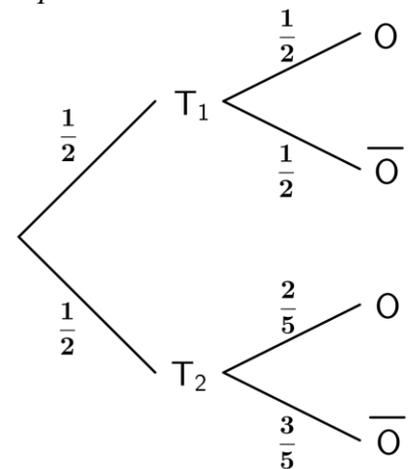
$T_1$  et  $T_2$  forment une partition de l'univers.

D'après la loi des probabilités totales :

$$\begin{aligned} p(O) &= p(T_1 \cap O) + p(T_2 \cap O) \\ &= p(T_1) \times p_{T_1}(O) + p(T_2) \times p_{T_2}(O) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20} \end{aligned}$$

- 4) On a extrait une pièce d'or. Quelle est alors la probabilité qu'elle provienne du tiroir  $T_1$  ? Pouvait-on le prévoir ?

$$p_{O}(T_1) = \frac{p(T_1 \cap O)}{p(O)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{9}{20}} = \frac{1}{4} \times \frac{20}{9} = \frac{5}{9}$$



### Exercice 1C.4

Le personnel d'un hôpital est réparti en trois catégories :  $M$  (médecins),  $S$  (soignants non médecins) et  $AT$  (personnel administratif ou technique).

- 12% sont des médecins et 71% des soignants.
- 67% des médecins sont des hommes et 92% des soignants sont des femmes.

On interroge au hasard un membre du personnel

- 1) Écrire les probabilités correspondantes aux données puis construire un arbre pondéré.

$$p(M) = 0,12 \quad , \quad p(S) = 0,71 \quad ,$$

$$p(AT) = 1 - p(M) - p(S) = 1 - 0,12 - 0,71 = 0,17$$

On utilise les événements  $H$  pour les hommes et  $F$  pour les femmes :

$$p_M(H) = 0,67 \quad , \quad p_S(F) = 0,92 \quad .$$

- 2) Quelle est la probabilité que la personne interrogée soit une femme soignante ? une femme médecin ?

Pour une femme soignante :

$$p(S \cap F) = p(S) \times p_S(F) = 0,71 \times 0,92 = 0,6532$$

Pour une femme médecin :

$$p_M(F) = 1 - p_M(H) = 1 - 0,67 = 0,33$$

$$p(M \cap F) = p(M) \times p_M(F) = 0,12 \times 0,33 = 0,0396$$

- 3) On sait que 80% du personnel est féminin.

- a) Calculer la probabilité que la personne interrogée soit une femme  $AT$ .

80% du personnel est féminin :  $p(F) = 0,8$ .

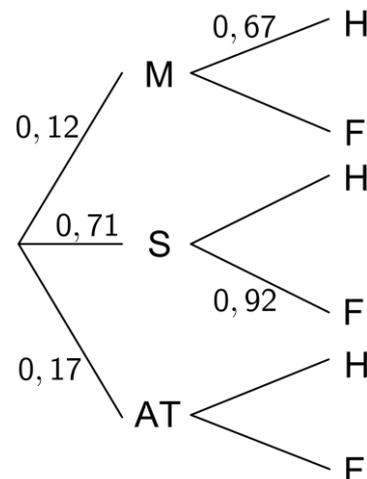
$M$ ,  $S$  et  $AT$  forment une partition de l'univers. D'après la loi des probabilités totales :

$$p(M \cap F) + p(S \cap F) + p(AT \cap F) = p(F)$$

$$\Leftrightarrow p(AT \cap F) = p(F) - p(M \cap F) - p(S \cap F) = 0,8 - 0,0396 - 0,6532 = 0,1072 \quad .$$

- b) En déduire la probabilité que la personne interrogée soit une femme sachant que cette personne interrogée est  $AT$ .

$$p_{AT}(F) = \frac{p(AT \cap F)}{p(AT)} = \frac{0,1072}{0,17} \approx 0,6306$$



### Exercice 1C.5

Un lot de cent dés contient vingt dés pipés. Pour un tel dé, la probabilité d'apparition du 6 est égale à  $\frac{1}{2}$ . Les autres dés sont parfaits.

- 1) On prend au hasard un dé, on le lance.

Calculer la probabilité de l'événement  $S$  «on obtient 6».

Soit  $P$  l'évènement «le dé est pipé», on obtient l'arbre ci-contre :

- 2) On prend au hasard un dé, on le lance, on obtient 6.

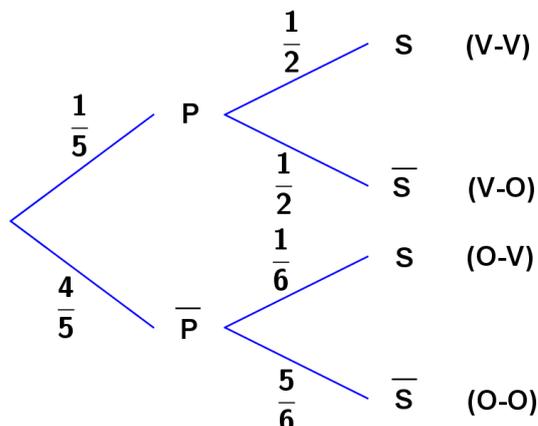
Calculer la probabilité que le dé soit pipé.

$P$  et  $\bar{P}$  forment une partition de l'univers.

D'après la loi des probabilités totales :

$$\begin{aligned} p(S) &= p(P \cap S) + p(\bar{P} \cap S) \\ &= p(P) \times p_P(S) + p(\bar{P}) \times p_{\bar{P}}(S) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{30}$$



### Exercice 1C.6

Une étude épidémiologique concernant une certaine maladie a été faite dans des familles ayant deux enfants de moins de dix ans : une fille et un garçon. On a constaté que 20 % des filles et 50 % des garçons sont touchés par la maladie. Par ailleurs, dans les familles dont la fille est malade, le garçon l'est aussi dans 70 % des cas. On notera :

- F l'événement « la fille de la famille est atteinte par la maladie » ;
- G l'événement « le garçon de la famille est atteint par la maladie. »

On choisit au hasard une famille ayant fait l'objet de cette étude. Quelle est la probabilité que :

- 1) A « les deux enfants soient atteints par la maladie » ;
- 2) B « au moins l'un des deux enfants soit atteint » ;
- 3) C « aucun des deux enfants ne soit atteint » ;
- 4) D « la fille soit atteinte sachant que le garçon l'est » ;
- 5) E « la fille soit atteinte sachant que le garçon n'est pas atteint. »
- 6) H « le garçon soit atteint sachant que la fille n'est pas atteinte. »