

Interrogation sur le produit scalaire

(la calculatrice est autorisée)

Exercice 1

On donne les points $A(1;3)$, $B(4;1)$ et $C(6;6)$.

Déterminer une mesure principale en degré de l'angle \widehat{ABC} .

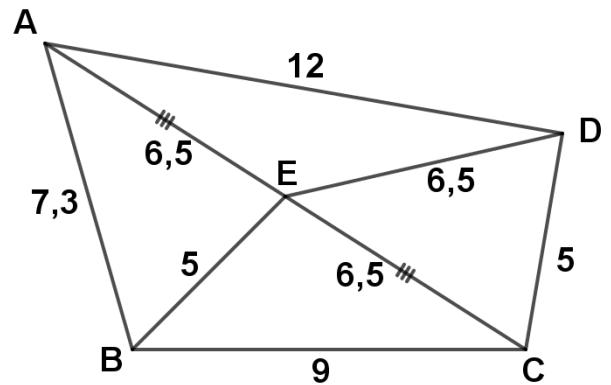
Exercice 2

ABCD est un quadrilatère quelconque et E est le milieu de la diagonale $[AC]$.

La valeur n'est pas en valeurs exactes, les données proposées ont été arrondies pour simplifier les calculs.

Calculer :

- 1) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$
- 2) $AD^2 + CD^2$
- 3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA}$
- 4) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CA}$



Interrogation sur le produit scalaire – CORRIGE

Exercice 1

On donne les points A(1;3), B(4;1), C(6;6). Déterminer une mesure principale en degré de l'angle \widehat{ABC} .

Idee initiale : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \times BC \times \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

On obtient les vecteurs : $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 1-4 \\ 3-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6-4 \\ 6-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Donc : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -3 \times 2 + 2 \times 5 = -6 + 10 = 4$

D'autre part : $BA = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ et $BC = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$.

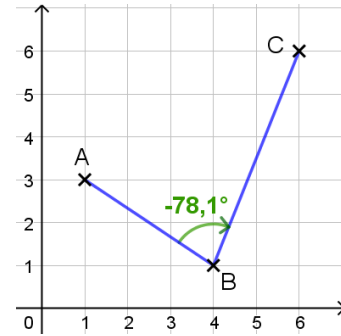
Ainsi : $\sqrt{13} \times \sqrt{29} \times \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 4$

$$\Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{4}{\sqrt{13} \times \sqrt{29}}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{13} \times \sqrt{29}}\right) \approx \pm 78,1^\circ$$

Un schéma était indispensable pour conclure :

$$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = -78,1^\circ.$$



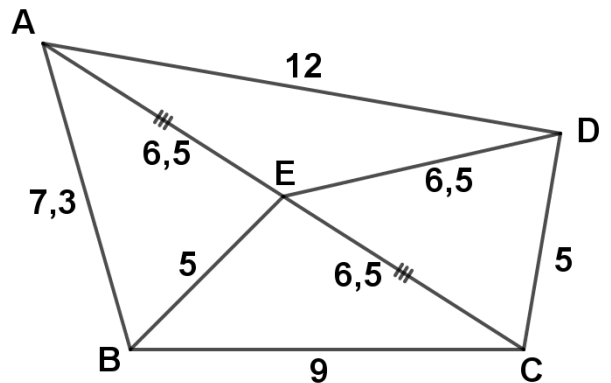
Exercice 2

ABCD est un quadrilatère quelconque et E est le milieu de la diagonale [AC].

La valeur n'est pas en valeurs exactes, les données proposées ont été arrondies pour simplifier les calculs.

Calculer :

- 5) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$
- 2) $AD^2 + CD^2$
- 3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA}$
- 4) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CA}$



1) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = BE^2 - \frac{1}{4}AC^2 = 5^2 - \frac{1}{4} \times 13^2 = 25 - \frac{169}{4} = -\frac{69}{4} = -17,25$

2) $AD^2 + CD^2 = DA^2 + DC^2 = 2 \times DE^2 + \frac{1}{2}AC^2 = 2 \times 6,5^2 + \frac{1}{2} \times 13^2 = \frac{169}{2} + \frac{169}{2} = 169$

3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}(\|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}\|^2 - \|\overrightarrow{AC}\|^2 - \|\overrightarrow{BA}\|^2) = \frac{1}{2}(\|\overrightarrow{BC}\|^2 - \|\overrightarrow{AC}\|^2 - \|\overrightarrow{BA}\|^2) = \frac{1}{2}(9^2 - 13^2 - 7,3^2) = -70,645$

4) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}(\|\overrightarrow{DA}\|^2 + \|\overrightarrow{CA}\|^2 - \|\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CA}\|^2) = \frac{1}{2}(DA^2 - CA^2 - \|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}\|^2) = \frac{1}{2}(12^2 + 13^2 - 5^2) = 144$